

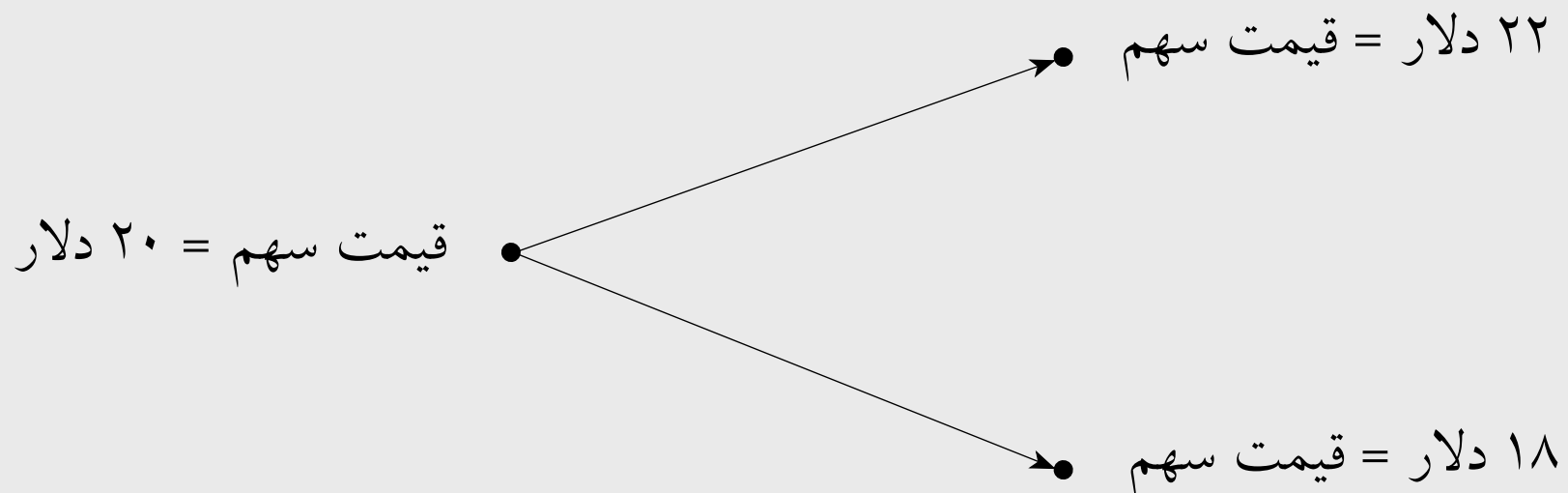
# مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک

# فصل ۱۰

## معرفی مدل درخت دو جمله‌ای

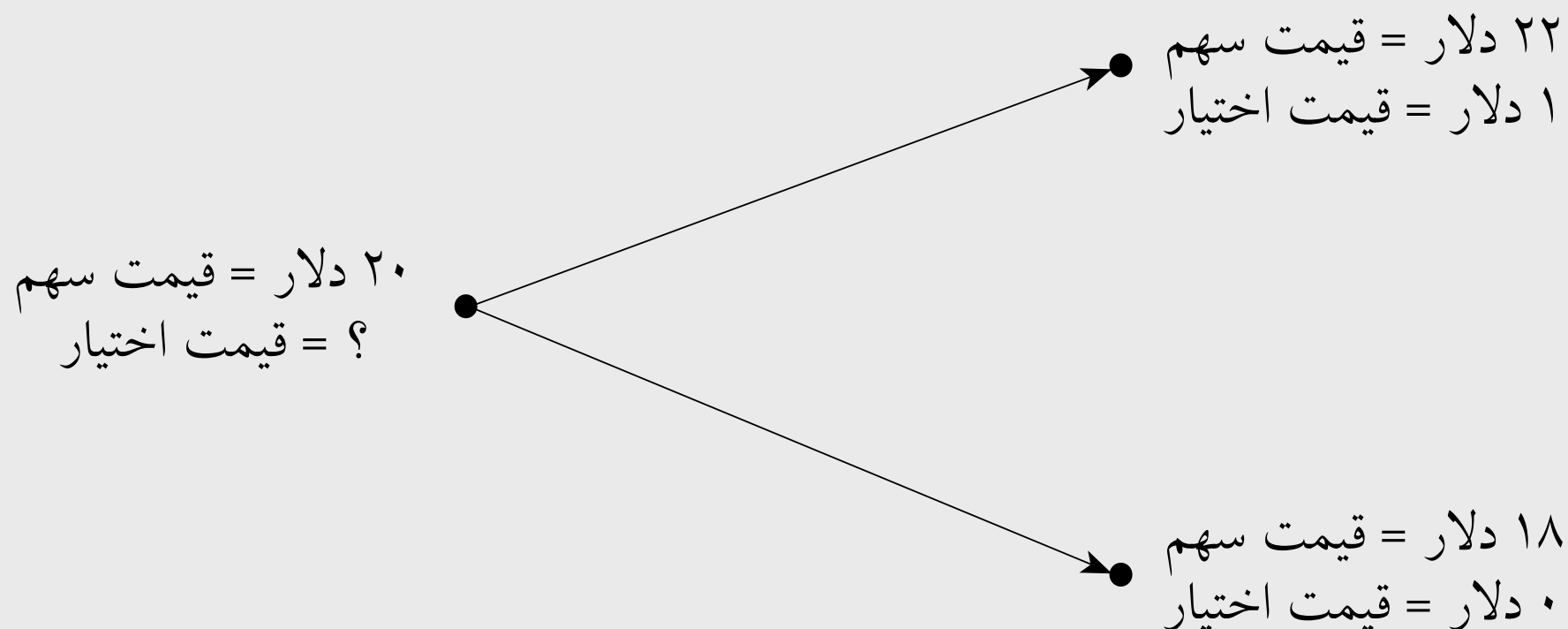
# یک مدل ساده درخت دو جمله‌ای

- قیمت سهمی در حال حاضر ۲۰ دلار است.
- احتمال می‌رود؛ در سه‌ماهه آتی قیمت این سهم به ۲۲ یا ۱۸ دلار برسد.



# اختیار خرید

یک اختیار خرید سه ماهه صادره بر سهامی که قیمت توافقی آن ۲۱ است.

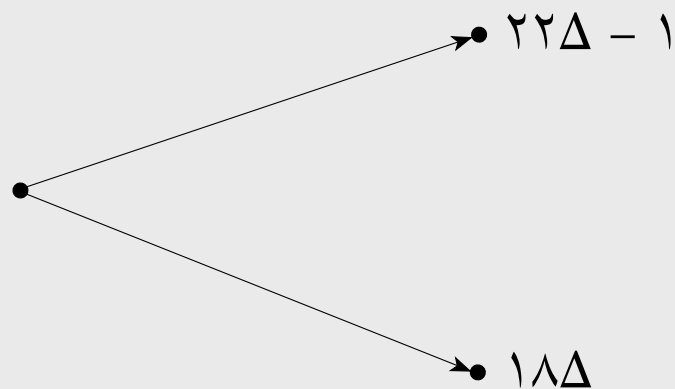


# ایجاد بدره بدون ریسک

□ بدره زیر را در نظر بگیرید:

موضع خرید  $\Delta$  سهم

موضع فروش ۱ اختیار خرید



بدره مذکور زمانی بدون ریسک است که:

$$22\Delta - 1 = 18$$

# ارزش گذاری بدره (نرخ بهره بدون ریسک = ۱۲٪)

□ بدره بدون ریسک عبارت است از:

خرید ۰/۲۵ سهام

فروش یک اختیار خرید

□ ارزش بدره در سه ماه آتی برابر خواهد بود با:

$$۲۲ \times ۰/۲۵ - ۱ = ۴/۵۰$$

□ ارزش بدره در حال حاضر برابر است با:

$$۴/۵ e^{-۰/۱۲ \times ۰/۲۵} = ۴/۳۶۷۰$$

# ارزش گذاری اختیار معامله

□ بدره‌ای که شامل:

موضع معاملاتی خرید ۰/۲۵ سهم  
موضع معاملاتی فروش یک اختیار  
دارای ارزش ۴/۳۶۷ است.

□ ارزش سهام عبارت است از:

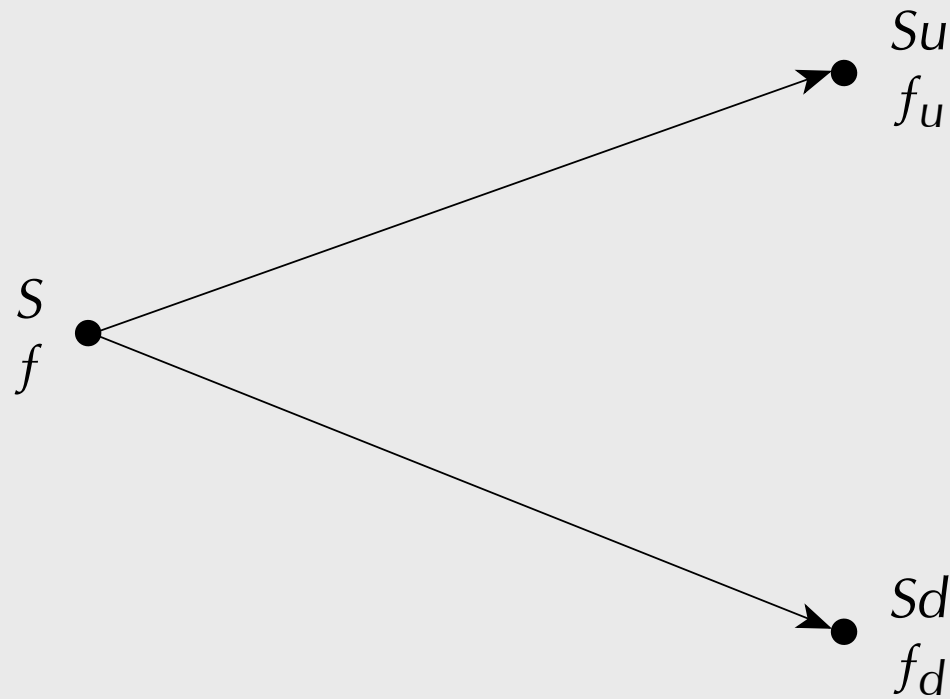
$$(20 \times 0.25) = 5.000$$

□ بنابراین ارزش اختیار عبارت است از:

$$(5.000 - 4.367) = 0.633$$

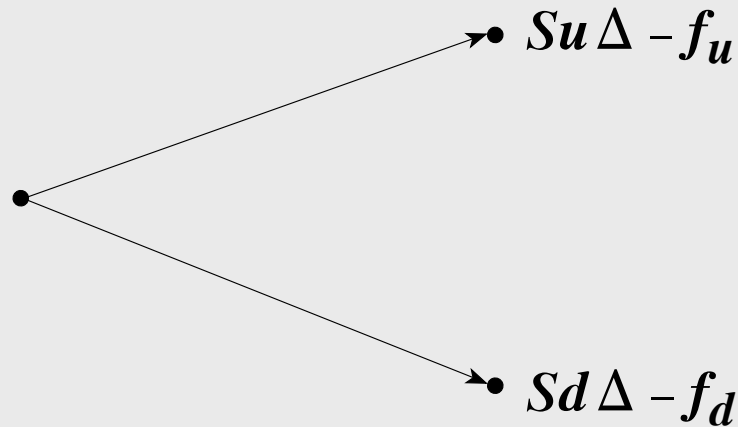
# بسط مدل

□ یک اوراق مشتقه‌ای که عمر آن تا زمان  $T$  است و ارزش آن به سهام پایه بستگی دارد.



# بسط مدل (ادامه)

□ بدره‌ای را در نظر بگیرید که شامل موضع خرید  $\Delta$  سهم و موضع فروش یک اوراق مشتقه است.



□ این بدره زمانی بدون ریسک است که:

$$S, u \Delta - f_u = S, d \Delta - f_d$$

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{S, u - S, d}$$

# بسط مدل (ادامه)

□ ارزش بدنه در زمان  $T$  برابر است با:  $Su\Delta - f_u$

□ ارزش بدنه در حال حاضر برابر است با:

$$(Su\Delta - f_u)e^{-rT}$$

□ به بیان دیگر ارزش بدنه در حال حاضر برابر است با:

$$Su\Delta - f_f$$

□ بنابراین:

$$f = S\Delta - (Su\Delta - f_u)e^{-rT}$$

# بسط مدل (ادامه)

□ با جایگذاری  $\Delta$  در رابطه مذکور داریم:

$$f = e^{-rT} [pf_u + (1 - p)f_d]$$

که در رابطه فوق  $p$  برابر است با:

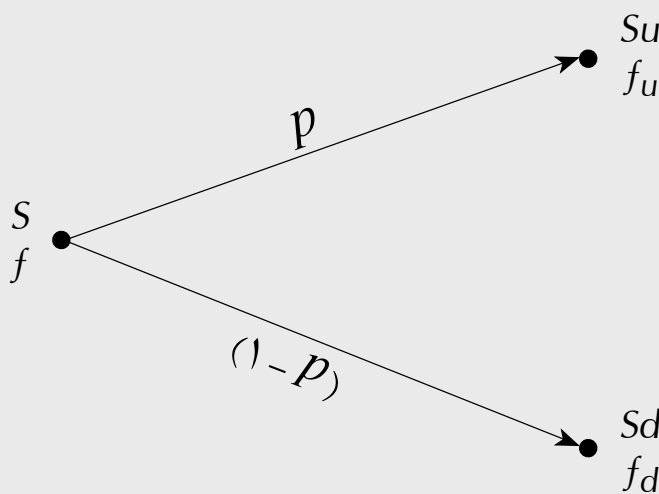
$$P = \frac{e^{rT} - d}{u - d}$$

# ارزش گذاری تحت شرایط بی تفاوتی به ریسک

$$f = e^{-rT} [pf_u + (1-p)f_d]$$

متغیرهای  $p$  و  $(1-p)$  را می توان به عنوان احتمالات حرکات رو به بالا و یا پایین در شرایط بی تفاوت نسبت به ریسک تعبیر نمود.

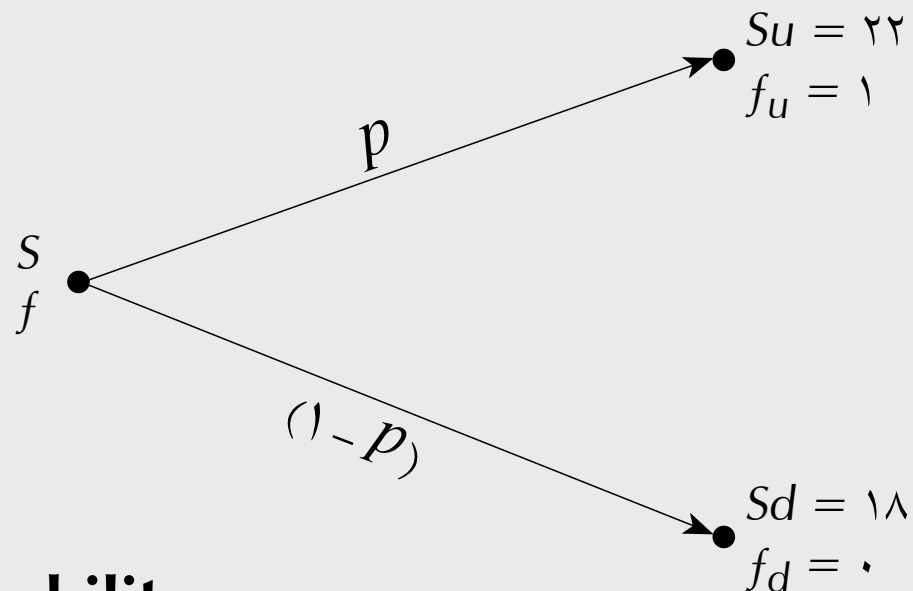
ارزش یک اوراق مشتقه برابر است با تنزیل پرداخت مورد انتظار در دنیای بی تفاوتی به ریسک؛ با نرخ بهره بدون ریسک.



# نامربوط بودن بازده مورد انتظار سهام

هنگامی که یک اختیار معامله را با توجه به سهام پایه ارزش گذاری می کنیم؛  
بازده مورد انتظار سهام نامربوط است.

# Original Example Revisited



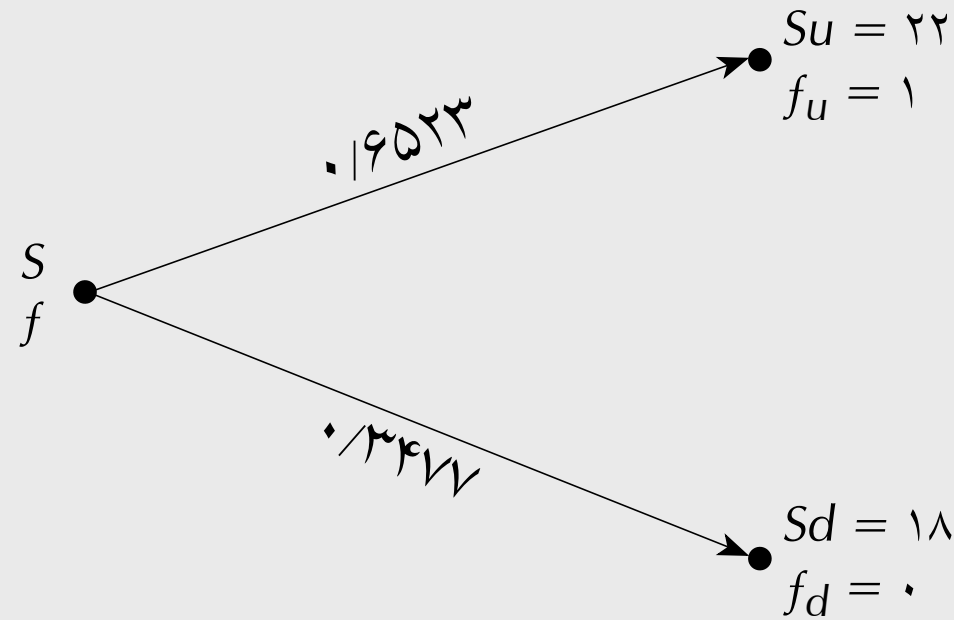
- Since  $p$  is a risk-neutral probability

$$20 \cdot e^{0.12 \times 0.25} = 22p + 18(1-p), p = 0.6523$$

- Alternatively, we can use the formula

$$P = \frac{e^{rT} - d}{u - d} = \frac{e^{0.12 \times \frac{3}{12}} - 0.9}{1.1 - 0.9} = 0.6523$$

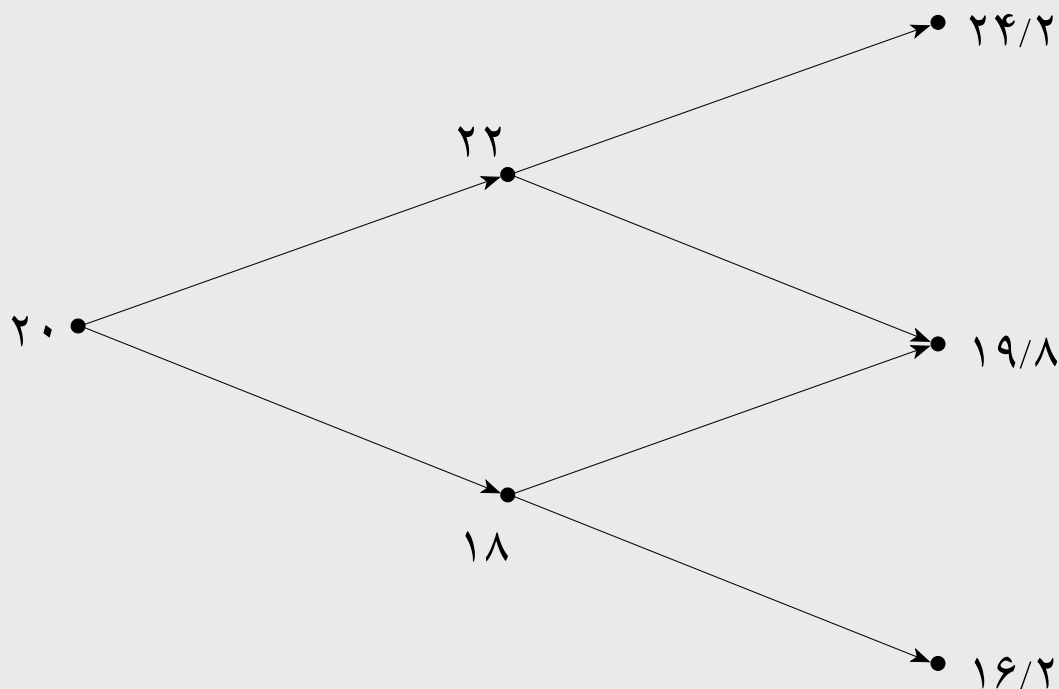
# ارزش گذاری اختیار معامله



ارزش اختیار معامله برابر است با:

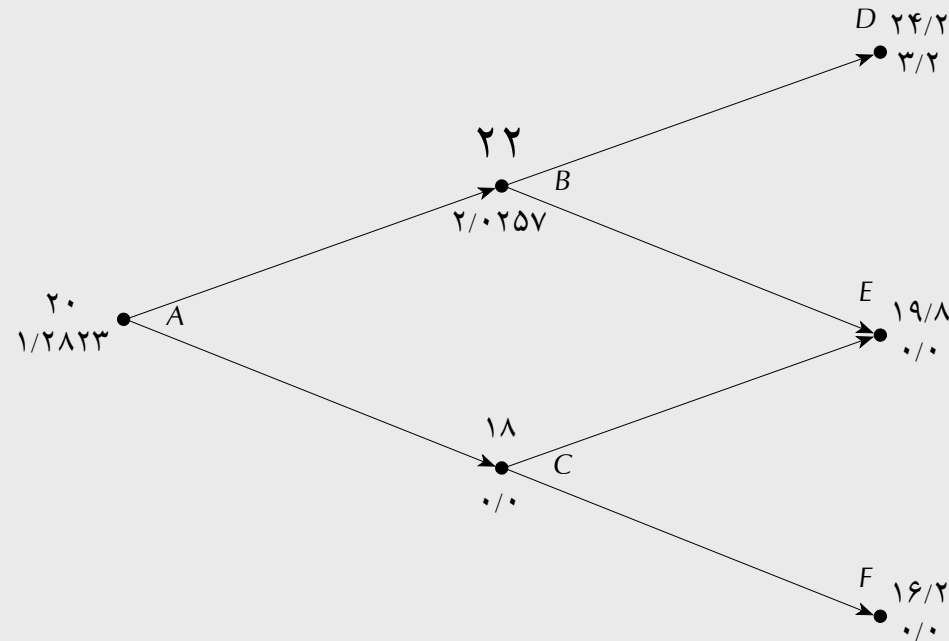
$$e^{-0.12 \times 0.25} (0.6523 \times 1 + 0.3477 \times 0) = 0.633$$

# مثال درخت دو جمله‌ای دو مرحله‌ای شکل (۳-۱۰)، صفحه ۲۲۳



□ هر مرحله (دوره) سه ماهه است.

# ارزش گذاری اختیار خرید شکل (۴-۱۰)، صفحه ۲۲۴



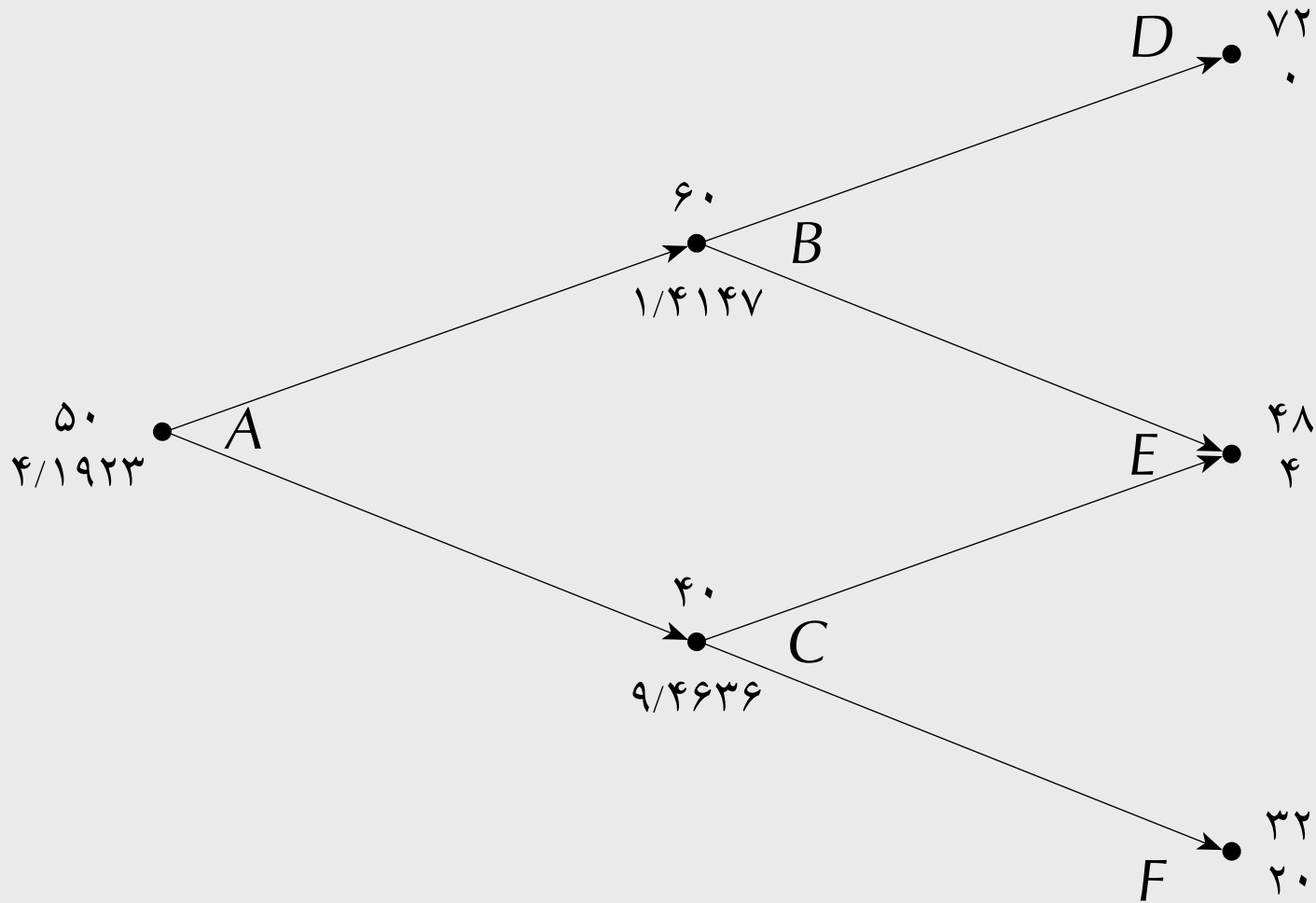
□ ارزش اختیار در گروه B:

$$= e^{-0/12 \times 0/25} (0/6523 \times 3/2 + 0/3477 \times 0) = 2/0257$$

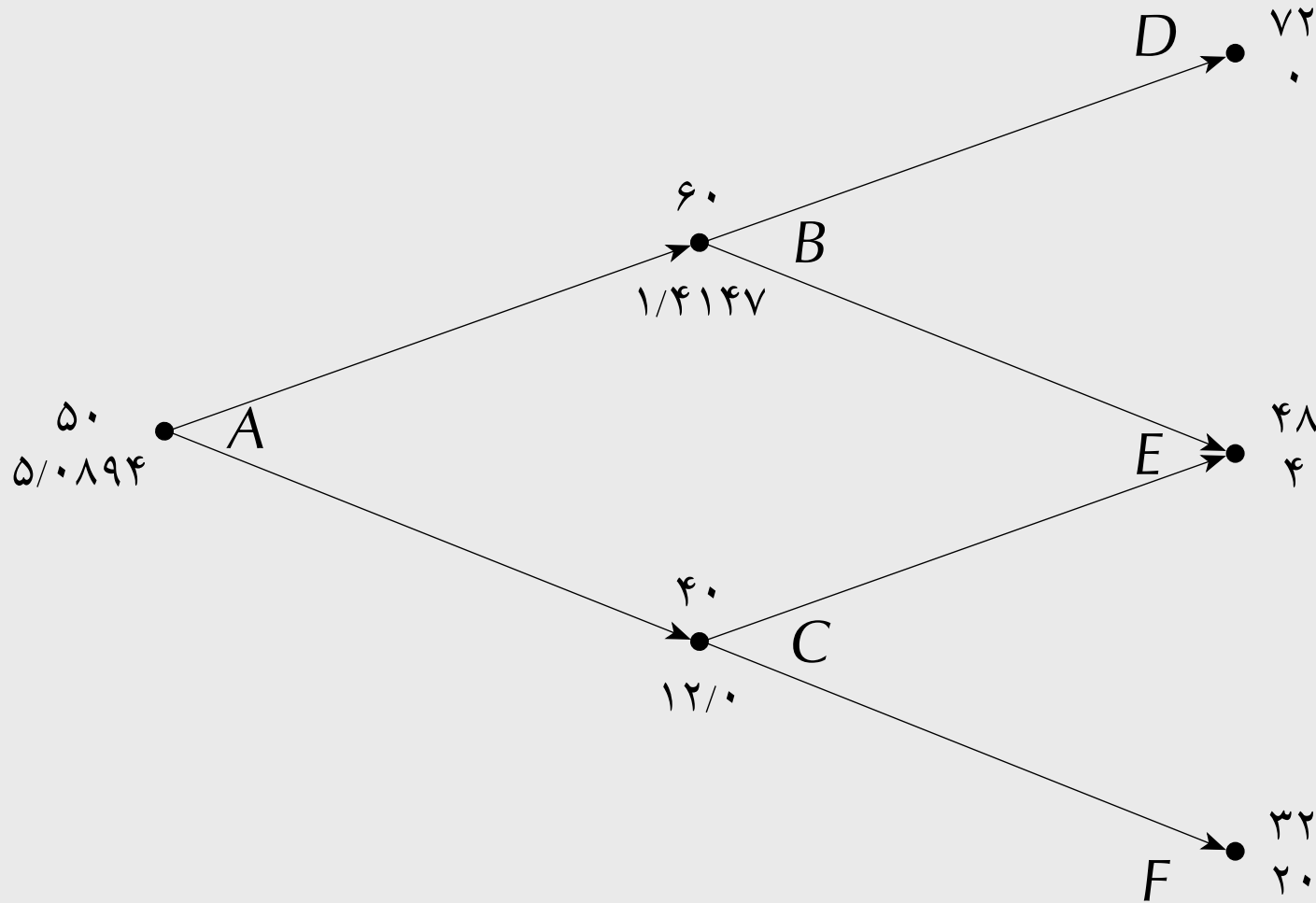
□ ارزش اختیار در گروه A:

$$= e^{-0/12 \times 0/25} (0/6523 \times 2/0257 + 0/3477 \times 0) = 1/2823$$

# مثال اختیار فروش با قیمت توافقی ۵۲ شکل (۷-۱۰)، صفحه ۲۲۶



# What Happens When an Option is American (Figure 10.8, page 227)



# Delta

- ❑ Delta ( $\Delta$ ) is the ratio of the change in the price of a stock option to the change in the price of the underlying stock.
- ❑ The value of  $\Delta$  varies from node to node.

# انتخاب $u$ و $d$

یک روش برای تطبیق نوسان پذیری عبارت است از:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}}$$

که در رابطه بالا،  $\sigma$  میزان نوسان پذیری و  $\delta t$  طول هر مرحله زمانی است. این روش در واقع متد کاکس، راس و رابینسن است.

# پایان فصل ۱۰