

مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک

فصل ۱۲

اختیارات شاخص سهام و ارزها

اختیارات اروپایی صادره بر سهامی که بازدهی نقدی معینی می پردازند

ما می توانیم احتمال توزیع یکسانی برای قیمت سهام در زمان T در هر یک از دارایی های زیر مشاهده نماییم:

۱. قیمت سهم در ابتدا برابر با S است و بازدهی نقدی معادل q فراهم می نماید.

۲. قیمت سهم در ابتدا برابر با $S \cdot e^{-qT}$ است و هیچ درآمد ایجاد نمی کند.

اختیارات اروپایی صادره بر سهامی که بازدهی نقدی معینی می‌پردازند (ادامه)

می‌توان اختیارات اروپایی را با کم کردن قیمت سهم تا مقدار و سپس فرض اینکه هیچ سود نقدی پرداخت نمی‌شود، ارزش گذاری نمود.

بسط نتایج فصل ۶

کرانه پایین برای اختیارات خرید

$$C \geq S, e^{-qT} - Ke^{-rT}$$

کرانه پایین برای اختیارات فروش

$$p \geq Ke^{-rT} - S, e^{-qT}$$

رابطه برابری فروش-خرید

$$c + Ke^{-rT} = p + S, e^{-qT}$$

بسط نتایج فصل ۱۱

$$c = S_0 e^{-qT} N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2)$$

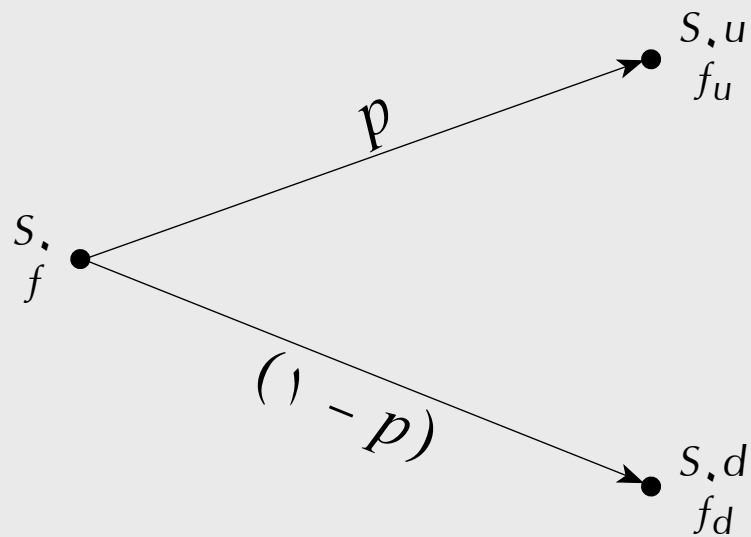
$$p = Ke^{-rT} N(-d_2) - S_0 e^{-qT} N(-d_1)$$

where:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - q - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

مدل درخت دو جمله‌ای



$$f = e^{-rT} [pf_u + (1 - p)f_d]$$

مدل درخت دوجمله‌ای (ادامه)

در دنیای بی تفاوت نسبت به ریسک، چنانچه سهمی دارای بازدهی نقدی q باشد، قیمت سهم بجای نرخ r با نرخ $r - q$ رشد می کند. احتمال یک حرکت رو به بالا، p است. بنابراین رابطه زیر باید برقرار باشد.

$$pS, u + (1 - p) S, d = S, e^{(r - q)T}$$

و در نتیجه داریم:

$$p = \frac{e^{(r - q)T} - d}{u - d}$$

اختیارات شاخص

□ شاخص‌های متداول و معروف به عنوان دارایی پایه اختیارات در ایالات متحده آمریکا عبارتند از:

–The Dow Jones Index times 0/01 (DJX)

–The Nasdaq 100 Index (NDX)

–The Russell 2000 Index (RUT)

–The S&P 100 Index (OEX)

–The S&P 500 Index (SPX)

□ یک قرارداد اختیار معامله شاخص، معادل ۱۰۰ برابر ارزش شاخص است؛ این قراردادها به صورت نقدی تسویه می‌شوند؛ OEX آمریکایی و بقیه شاخص‌ها اروپایی هستند.

LEAPS

Leaps قراردادهای صادره بر شاخص‌های سهام است که تا ۳ سال طول می‌کشد.

- تاریخ انقضای آنها ماه دسامبر است.
- ارزش این قراردادها، ده برابر شاخص است.
- دارایی پایه برخی قراردادهای Leaps را سهام منفرد تشکیل می‌دهد.

مثالی در مورد اختیار شاخص

- اختیار خرید صادره بر شاخص سهام با قیمت توافقی ۵۶۰ را در نظر بگیرید.
- فرض کنید یک قرارداد هنگامی اعمال می شود که مقدار شاخص به ۵۸۰ برسد.
- عایدی این قرارداد چقدر است؟

استفاده از اختیارات شاخص‌ها برای بیمه نمودن بدره

- ❑ فرض کنید که ارزش شاخص S و قیمت توافقی X باشد.
- ❑ چنانچه بدره‌ای دارای بتای یک باشد، برای بیمه کردن بدره لازم است، بازای هر $100S$ دلار ارزش بدره، یک قرارداد اختیار فروش صادره بر شاخص خریداری شود.
- ❑ چنانچه بتای بدره، یک نباشد، مدیر بدره باید بازای هر $100S$ دلار ارزش بدره، به اندازه بتا قرارداد اختیار فروش خریداری نماید.
- ❑ در هر دو مورد مقدار X طوری انتخاب می‌شود که سطح بیمه مناسبی را فراهم سازد.

مثال ۱

- بتای بدره برابر با یک است.
- ارزش بدره در حال حاضر برابر با ۵۰۰،۰۰۰ دلار است.
- در حال حاضر مقدار شاخص برابر با ۱۰۰۰ است.
- برای بیمه نمودن بدره در برابر کاهش ارزش بدره تا زیر ۴۵۰،۰۰۰ دلار باید دست به چه معاملهای زد؟

مثال ۲

□ بتای بدره برابر با ۲ است.

□ در حال حاضر ارزش بدره برابر با ۵۰۰،۰۰۰ دلار و مقدار شاخص برابر با ۱۰۰۰ است.

□ نرخ بهره بدون ریسک سالیانه ۱۲٪ می باشد.

□ بازدهی سود نقدی بدره و شاخص هر دو برابر با ۴٪ است.

□ برای بیمه نمودن بدره، چند عدد قرارداد اختیار فروش می باید خریداری شود؟

محاسبه رابطه بین مقدار شاخص و ارزش بدره در سه ماه

- اگر شاخص تا ۱۰۴۰ افزایش پیدا کند، باعث ایجاد بازدهی معادل یا در سه ماه می شود.
- کل بازدهی (با احتساب بازدهی نقدی) برابر با ۵٪ است.
- بازدهی مازاد بر بازدهی نرخ بهره بدون ریسک برابر با ۲٪ است.
- بازدهی مازاد بر بازدهی بدره برابر با ۴٪ است.
- افزایش در ارزش بدره برابر است با: $4 + 3 - 1 = 6\%$
- ارزش بدره برابر است با: ۵۳۰،۰۰۰ دلار است.

تعیین قیمت توافقی

ارزش مورد انتظار بدره در سه ماه (دلار)	ارزش شاخص در سه ماه (دلار)
۵۷۰،۰۰۰	۱،۰۸۰
۵۳۰،۰۰۰	۱،۰۴۰
۴۹۰،۰۰۰	۱،۰۰۰
۴۵۰،۰۰۰	۹۶۰
۴۱۰،۰۰۰	۹۲۰
۳۷۰،۰۰۰	۸۸۰

یک اختیار با قیمت توافقی ۹۶۰، حمایتی در مقابل ۱۰٪ کاهش ارزش بدره فراهم می‌سازد.

ارزش گذاری اختیارات اروپایی شاخص ها

□ می توانیم از فرمول اختیار صادره بر سهامی که بازدهی سود نقدی پیوسته می پردازد، به شرح ذیل استفاده کنیم.

S = سطح فعلی شاخص

q = متوسط بازدهی نقدی مورد انتظار در طول عمر اختیار معامله

اختیارات ارزها

- اختیارات ارزها در بورس فیلادلفیا معامله می شوند.
- البته یک بازار خارج از بورس فعالی برای اختیارات ارزها وجود دارد.
- اختیارات ارزها توسط شرکتها مورد استفاده قرار می گیرد تا هنگامی که آنها در معرض ریسک FX هستند، بیمه و تضمینی را بخرند.

نرخ بهره خارجی

- نرخ بهره کشور خارجی را با علامت r_f با نشان می‌دهیم.
- هنگامی که شرکت آمریکایی یک واحد ارز خارجی می‌خرد، دارای سرمایه‌ای معادل S دارد.
- بازده سرمایه‌گذاری در نرخ خارجی، $r_f S$ دلار است.
- این مثال نشان می‌دهد که ارز خارجی (بازدهی نقدی)، معادل نرخ بهره بدون ریسک، r_f ایجاد می‌نماید.

ارزش گذاری اختیارات اروپایی ارزها

□ یک ارز خارجی را می توان به مثابه یک دارایی در نظر گرفت، که (بازدهی نقدی) پیوسته ای، معادل r_f ایجاد می نماید.

□ بنابراین می توان از فرمول اختیار صادره بر سهامی که بازدهی سود نقدی پیوسته می پردازد، به شرح ذیل استفاده نمود.

$$S = \text{نرخ برابری ارزها}$$

$$q = r_f$$

فرمول‌هایی برای اختیارات اروپایی ارزها

$$C = S_0 e^{-r_f T} N(d_1) - K e^{-r T} N(d_2)$$

$$P = K e^{-r T} N(-d_2) - S_0 e^{-r_f T} N(-d_1)$$

where:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - r_f - \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

سایر فرمول‌ها

با استفاده از $F_0 = S_0 e^{(r-r_f)T}$ داریم:

$$C = e^{-rT} [F_0 N(d_1) - KN(d_2)]$$

$$P = e^{-rT} [KN(-d_2) - F_0 N(-d_1)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{K}\right) + \frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{K}\right) - \frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

پایان فصل ۱۲