

مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک

فصل ۱۳

اختیارات قرارداد آتی

سازوکارهای اختیارات خرید قرارداد آتی

- هنگامی اختیار خرید قرارداد آتی اعمال می‌شود، دارنده اختیار بدست می‌آورد:
۱. یک موضع معاملاتی خرید در قرارداد آتی.
 ۲. مبلغ نقدی معادل مازاد قیمت قرارداد آتی بر قیمت توافقی است.

سازوکارهای اختیارات فروش قراردادهای آتی

هنگامی که اختیار فروش قرارداد آتی اعمال می‌شود، دارنده آن می‌تواند بدست آورد:

۱. یک موضع معاملاتی فروش در قرارداد آتی.
۲. مبلغ نقدی معادل مازاد قیمت توافقی بر قیمت قرارداد آتی است.

پرداخت‌ها

اگر موضع معاملاتی قرارداد آتی بسته شود، بلافاصله:

$$F_t - K = \text{پرداخت از اختیار خرید}$$

$$K - F_t = \text{پرداخت از اختیار فروش}$$

F_t همان قیمت قرارداد آتی در زمان اعمال است.

مزایای بالقوه اختیارات قراردادهای آتی بر قراردادهای نقد

- دادوستد قرارداد آتی ممکن است آسان‌تر از خود دارایی پایه باشد.
- اعمال اختیار معامله منجر به تحویل دارایی پایه نمی‌شود.
- اختیارات صادره بر قراردادهای آتی و خود قراردادهای آتی معمولاً در مجاورت حفره‌های (pit) بورس معامله می‌شوند.
- اختیارات قراردادهای آتی ممکن است با هزینه‌های معاملاتی کمی همراه باشد.

رابطه برابری فروش - خرید برای اختیارات

دو بدره زیر را در نظر بگیرید:

۱. اختیار خرید اروپایی بعلاوه مبلغ نقد معادل Ke^{-rT}

۲. اختیار فروش اروپایی بعلاوه خرید قراردادهای آتی به علاوه مبلغ نقدی معادل F, e^{-rT}

این دو بدره باید در زمان T دارای ارزش یکسانی باشند. بنابراین داریم:

$$c + Ke^{-rT} = p + F, e^{-rT}$$

سایر روابط

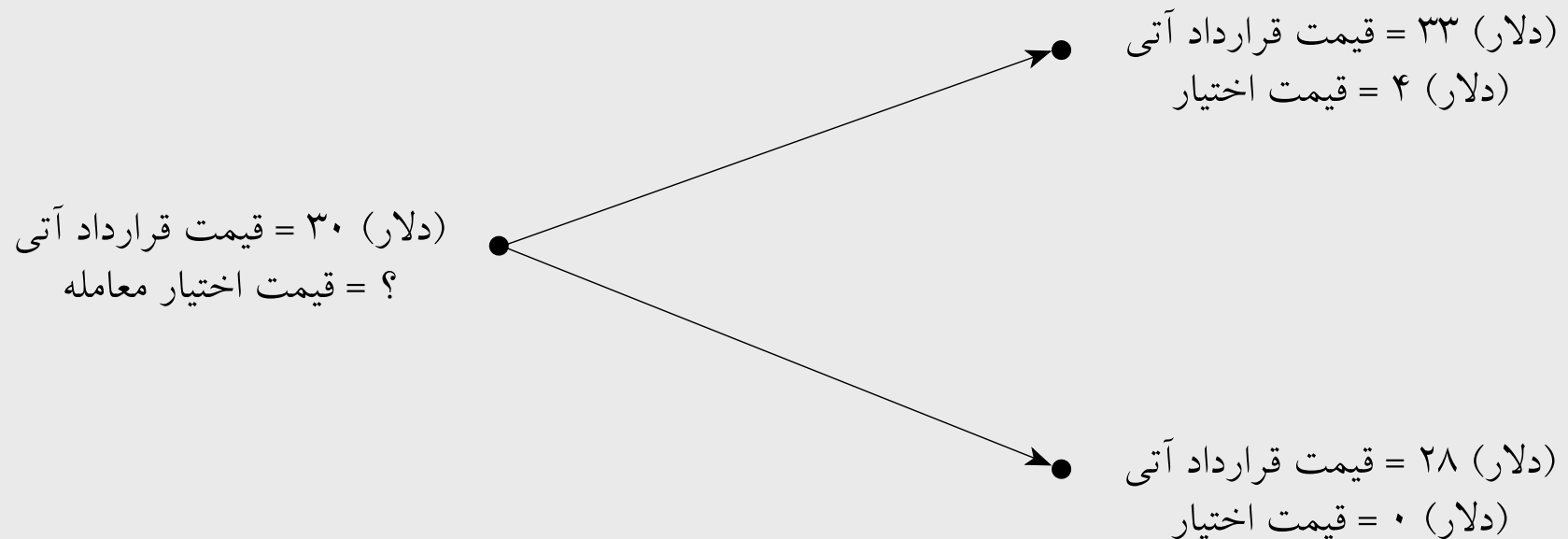
$$Fe^{-rT} - K < C - P < F, - Ke^{-rT}$$

$$c > (F, - K)e^{-rT}$$

$$p > (F - K)e^{-rT}$$

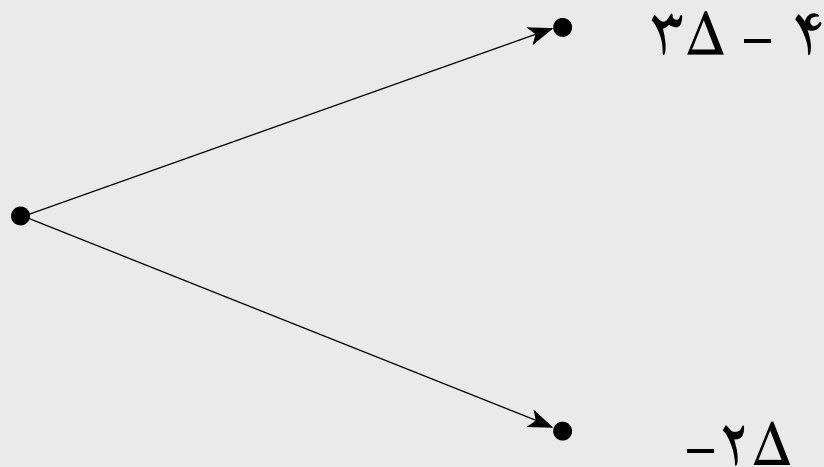
مدل درخت دوجمله‌ای

یک اختیار خرید اروپایی یک‌ماهه صادره بر قرارداد آتی دارای قیمت
توافقی ۲۹ می‌باشد.



ایجاد بدره بدون ریسک

بدره‌ای را در نظر بگیرید که شامل:
موضع خرید ۰/۸ قرارداد آتی
موضع فروش یک اختیار خرید



این بدره هنگامی بدون ریسک است که $3\Delta - 4 = -2\Delta$ یا $\Delta = 0/8$ باشد.

ارزش گذاری بدره (نرخ بهره بدون ریسک = ۰.۰۶٪)

□ بدره بدون ریسک عبارت است از:

موضع خرید ۰/۸ قرارداد آتی

موضع فروش یک اختیار خرید

□ ارزش بدره در یک ماه است: ۰/۰۶ -

□ ارزش بدره در حال حاضر برابر است با:

$$-0.06 e^{-0.06} \times \frac{1}{12} = -0.00592$$

ارزش گذاری اختیار معامله

□ بدره‌ای که عبارت است از:

موضع خرید $0/8$ قراردادهای آتی

موضع فروش یک اختیار معامله

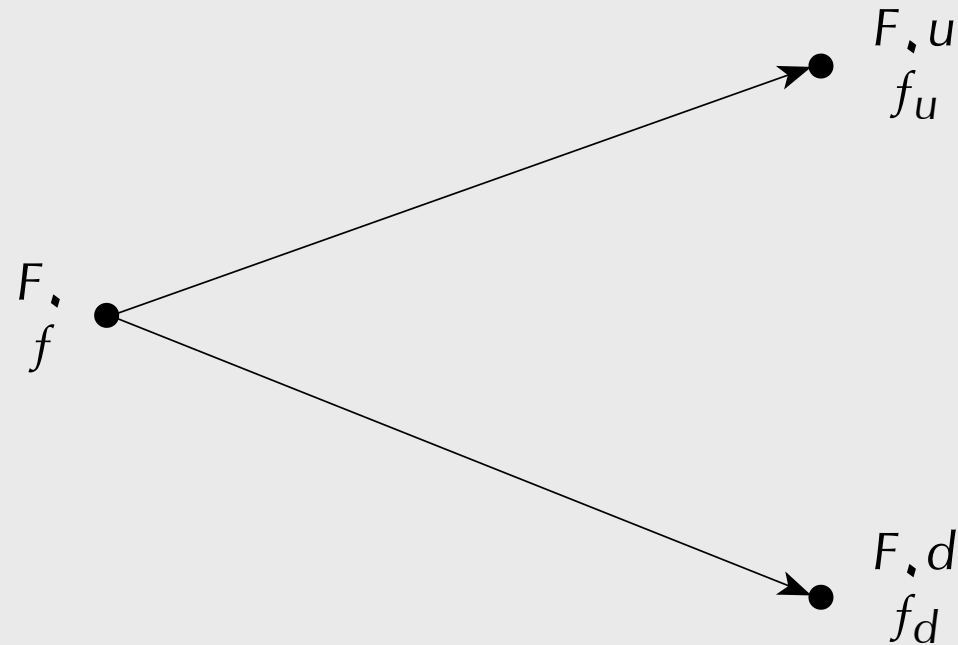
دارای ارزشی معادل $1/592$ - می باشد.

□ ارزش قراردادهای آتی معادل صفر است.

بنابراین ارزش اختیار معامله باید برابر با $1/592$ باشد.

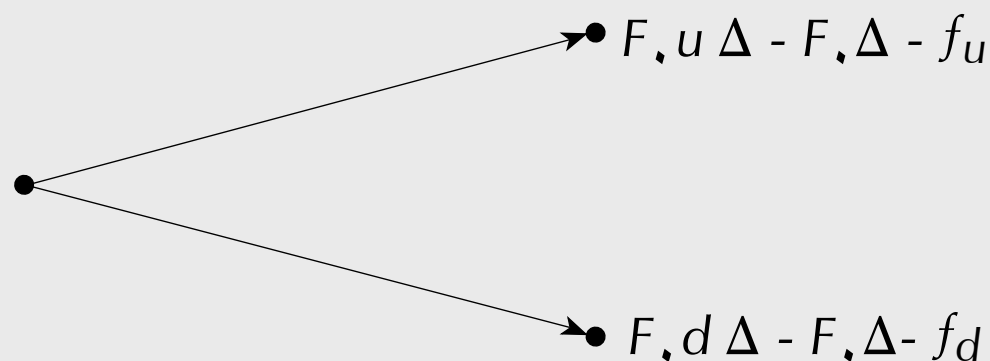
بسط مدل دوجمله‌ای

□ یک اوراق مشتقه دارای عمری تا زمان T است و وابسته به قراردادهای آتی است.



بسط مدل (ادامه)

□ بدره‌ای را در نظر بگیرید که دارای موضع معاملاتی خرید Δ قرارداد آتی و موضع فروش یک اوراق مشتقه است.



□ هنگامی این بدره بدون ریسک است که داشته باشیم:

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{F, u - F, d}$$

بسط مدل (ادامه)

□ ارزش بدنه در زمان T برابر است با:

$$F, u\Delta - F, \Delta - f_u$$

□ ارزش بدنه در زمان حال برابر است با: $-f$

□ بنابراین داریم:

$$[F, u\Delta - F, \Delta - f_u] e^{-rT}$$

بسط مدل (ادامه)

□ با جای گذاری Δ داریم:

$$f = e^{-rT}[pf_u + (1 - p)f_d]$$

که در آن:

$$p = \frac{1 - d}{u - d}$$

ارزش گذاری اختیارات قراردادهای آتی اروپایی

□ می توانیم با استفاده از فرمول برای اختیار صادره بر سهامی که عایدی نقدی پیوسته ای را می پردازد؛ استفاده کنیم:

$S_t =$ قیمت فعلی قراردادهای آتی (F_t)

$q =$ نرخ بهره بدون ریسک داخلی (r)

رابطه $q = r$ تضمین می نماید که رشد مورد انتظار F در یک دنیای بی تفاوت نسبت به ریسک برابر با صفر است.

نرخ‌های رشد برای قیمت قراردادهای آتی

- یک قرارداد آتی نیازمند سرمایه‌گذاری اولیه نیست.
- در دنیای بی تفاوتی به ریسک، بازده مورد انتظار باید برابر با صفر باشد.
- بنابراین نرخ رشد مورد انتظار برای قیمت قراردادهای آتی نیز صفر است.
- بنابراین قیمت قراردادهای آتی را می‌توان همچون سهامی در نظر گرفت که بازدهی نقدی معادل r می‌پردازد.

مدل بلک

فرمول‌های اختیارات قراردادهای آتی، به مدل بلک معروفند.

$$c = e^{-rT} [F \cdot N(d_1) - KN(d_2)]$$

$$p = e^{-rT} [KN(-d_2) - F \cdot N(-d_1)]$$

where:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right) + \frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right) - \frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

قیمت‌های اختیارت قراردادهای آتی در مقابل قیمت‌های نقدی اختیارات

□ اگر قیمت‌های قراردادهای آتی بیشتر از قیمت‌های نقدی باشد (بازار نرمال)، یک اختیار خرید آمریکایی صادره بر قراردادهای آتی بیشتر از اختیار خرید آمریکایی صادره بر قراردادهای نقدی متناظر آن می‌ارزد. یک اختیار فروش آمریکایی صادره بر قراردادهای آتی کمتر از اختیار فروش آمریکایی صادره بر قراردادهای نقدی متناظر آن می‌ارزد.

□ اگر قیمت‌های قراردادهای آتی کمتر از قیمت‌های نقدی باشد، (بازار معکوس) عکس بالایی صدق می‌کند.

نتایج برابری فروش - خرید

Indices:

$$c + Ke^{-rT} = p + S_0 e^{-qT}$$

Foreign exchange:

$$c + Ke^{-rT} = p + Se^{-r_f T}$$

Futures:

$$c + Ke^{-rT} = p + Fe^{-rT}$$

برخی نتایج فصول ۱۲ و ۱۳

□ می‌توانیم شاخص سهام، ارزشها و قراردادهای آتی را به مثابه سهامی در نظر بگیریم که بازدهی نقدی معینی معادل q می‌پردازند.

برای شاخص سهام: متوسط بازدهی نقدی شاخص در طول عمر اختیار $q =$

برای ارزشها: $q = r_f$

برای قراردادهای آتی: $q = r$

پایان فصل ۱۳