مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک

ارزش در معــرض ریســک

سؤالی که در VaR پرسیده می‌شود

چه سطحی از زیان وجود دارد که ما X درصد اطمینان داریم که طی N روز کسب و کاری، قطعاً بیشتر از آن مبلغ متحمل زیان نخواهیم شد؟

یک مثال:

در صورتی که برای سطح اطمینان ۱٪ و افق زمانی یک روزه برابر با ۱۰۰ میلیون ریال باشد؛ این مطلب بدان معنی است که:

فقط ۱٪ احتمال دارد، در یک روز زیان از ۱۰۰ میلون فراتر رود.

سؤالــی کــه در VaR پرسیــده می‌شــود

چه سطحی از زیان وجود دارد که ما X درصد اطمینان داریم که طی N روز کسب و کاری، قطعاً بیشتر از آن مبلغ متحمل زیان نخواهیم شد؟

VaR و الزامات کفایت سرمایه

- نهادهای ناظر بانک مرکزی برمبنای VaR سرمایه مورد نیاز برای بانک‌ها را براساس ماهیت واقعی ابزارهای معاملاتی و میزان ریسک‌پذیری آن، تعیین می‌کنند.
- سرمایه لازم برای یک بانک خاص حاصلی از مضرب K در مبلغ VaR با اطمینان ۹۹٪ و یک دوره ۱۰ روزه است که ضریب K توسط نهادهای ناظر تنظیم می‌شود و حداقل مقدار آن ۳ است.

VaR در مقابــل C-VaR

- VaR در واقع بیان کنندۀ حداکثر زیانی که با احتمال معینی، زیان ما بیشتر از آن تجاوز نمی‌کند.
- C-VaR می‌پرســد: «اگر اوضاع نامطلوب باشــد، انتظار داریم چقدر متحمل زیان شویم؟»
- معیار C-VaR از لحاظ نظری جذاب اســت ولی از نظر عملی کاربرد زیادی ندارد.

مزایــای VaR

- تلاشی است برای اینکه عدد معینی ارائه کند و در آن عدد اطلاعات در مورد ابعاد مهم ریسک، به‌طور فشرده و تلخیص شده منتشر باشد.
- فهم آن آسان است.
- سؤال ساده‌ای را مطرح می‌کند: (حداکثر مقدار زیان چقدر است؟)

How bad can things get?

تکنیـــک شبیه‌ســازی تاریخــی

- یک پایگاه داده از تغییرات روزانه کلیه متغیرهای بازار ایجاد می‌نماید.
- سناریوی اول فرض می‌کند که درصد تغییرات در متغیرهای بازار مساوی با آن تغییراتی است که ما برای روز اول جمع آوری کردیم.
- سناریوی دوم هم درصد تغییرات در متغیرهای مورد بررسی (انتخابی) بازار را نشان می‌دهد که مقدار آن مساوی با تغییراتی است که ما برای روز دوم جمع‌آوری کردیم و … .

تکنیـــک شبیه‌سازی تاریخی (ادامـــه)

- فرض نمایید ارزش یک متغیر بازار در روز i برابر با v_i باشد.
- m تعداد روزهایی که داده‌های آن روزها استفاده شده است.
- در مجموع $m - ۱$ سناریو وجود دارد.
- i امین سناریو مبتنی بر این فرض است که ارزش بازار متغیر در فردا باید به صورت ذیل باشد: (یعنی در روز $m + ۱$)

$$v_m \frac{v_i}{v_{i-۱}}$$

روش پارامتریک یا واریانس-کوواریانس

- بجـــای تکنیک شبیه‌ســـازی، می‌تـــوان از روش دیگری اســـتفاده کرد؛ بدین صورت که با در نظر گرفـــت پیش‌فرض‌هایی در مورد نحوه توزیع احتمال بازده متغیرهای بازار به محاســـبه تحلیل‌گونه توزیع احتمال تغییرات ارزش بدره اقدام نمود.
- این روش را مدل پارامتریک و یا روش واریانس-کوواریانس گویند.

نوسان‌پذیری روزانه

- برای قیمت‌گذاری اختیار معامله، معمولاً ما زمان را به صورت سال و نوسان‌پذیری یک دارایی را به صورت «میزان نوسان‌پذیری در سال» در نظر می‌گیریم.
- برای محاسبه VaR، معمولاً زمان را به صورت روزانه اندازه می‌گیریم و نوسان‌پذیری یک دارایی را به صورت «نوسان‌پذیری روزانه» بیان می‌کنیم.

$$\sigma_{day} = \frac{\sigma_{yr}}{\sqrt{۲۵۲}}$$

نوسان‌پذیری روزانه (ادامه)

- σ_{day} یا نوسان‌پذیری روزانه قیمت یک دارایی را معادل انحراف معیار بازده مرکب پیوسته در طول یک روز تعریف می‌کنیم.
- درعمل نوسان‌پذیری روزانه قیمت یک دارایی را دقیقاً معادل انحراف معیار درصد تغییرات در طول یک روز فرض می‌کنیم.

مثـــال مایکروسافـــت

- ما یک ارزش مثبت ۱۰ میلیون دلاری در سهام مایکروسافت داریم.
- نوسان‌پذیری مایکروسافت روزانه ۲٪ است (تقریبا ۳۲٪ در سال)
- N = ۱۰ ، X = ۹۹

مثـال مایکروسافــت (ادامــه)

- انحراف معیار تغییر ارزش بدره در یک روز ۲۰۰،۰۰۰ دلار است.
- انحراف معیار تغییرات ۱۰ روزه برابر است با:

$$۲۰۰،۰۰۰\sqrt{۱۰} = ۶۳۲،۴۵۶ \text{ دلار}$$

مثال مایکروسافت (ادامه)

- فرض می‌کنیم که تغییر مورد انتظار در ارزش بدره صفر است. (این فرض در دوره‌های زمانی کوتاه فرض معقولی است.)
- فرض می‌کنیم که تغییر ارزش بدره دارای توزیع نرمال است:
- از آنجا که $N(-۲/۳۳) = ۰/۰۱$، بنابراین VaR برابر است با:

$$۲/۳۳ \times ۶۳۲،۴۵۶ = ۱،۴۷۳،۶۲۱$$ دلار

مثـــال AT & T

- موضع معاملاتی ۵ میلیون دلار را در AT & T نظر بگیرید.
- نوسان‌پذیری روزانه این سهم ۱٪ است. (تقریبا ۱۶٪ در سال)

- انحراف معیار برای ۱۰ روز برابر است با:

دلار ۱۵۸،۱۴۴ = $\sqrt{۱۰}$ ۵۰،۰۰۰

- VaR برابر است با:

دلار ۳۶۸/۴۰۵ = ۲/۳۳ × ۱۵۸،۱۴۴

بــدره (جــدول ۳–۱۶)

- اکنون بدره‌ای متشـــکل از هر دو ســـهم مایکروســـافت و AT & T را در نظر بگیرید.
- فرض کنید که ضریب همبستگی بین بازده دو سهم ۰/۳ باشد.

انحـراف معیـار بـدره

- با استفاده از علم آمار داریم که انحراف معیار مجموع دو متغیر برابر است با:

$$\sigma_{x+y} = \sqrt{\sigma_x^۲ + \sigma_y^۲ + ۲\rho\sigma_x \sigma_y}$$

با توجه به اینکه $\sigma_x = ۲۰۰،۰۰۰$ و $\sigma_y = ۵۰،۰۰۰$ و $\rho = ۰/۳$

بنابرایـــن انحراف معیار تغییرات ارزش بدره در یک روز برابر با ۲۲۰/۲۲۲ است.

واریانـــس بـــدره

- VaR ده روزه با سطح اطمینان ۹۹٪ برای ارزش بدره برابر است با:

$$۲۲۰،۲۲۷ \times \sqrt{۱۰} \times ۲/۳۳ = ۱،۶۲۲،۶۵۷ \text{ دلار}$$

- منافع تنوع‌بخشی برابر است با:

$$(۱،۴۷۳،۶۲۱ + ۳۶۸،۴۰۵) - ۱،۶۲۲،۶۵۷ = ۲۱۹،۳۶۹ \text{ دلار}$$

- تأثیر نگهداری روزافزون AT & T بر VaR چیست؟

مـدل خطـی

فرض می‌کنیم:

- تغییرات روزانه ارزش بدره رابطه خطی، با بازده متغیرهای بازار دارد.
- بازده‌های متغیرهای بازار به صورت نرمال توزیع شده است.

بسـط مـدل خطـی

$$\delta P = \sum_{i=۱}^{n} \alpha_i \ \delta x_i$$

$$\sigma_P^۲ = \sum_{i=۱}^{n} \sum_{j=۱}^{n} \rho_{ij} \alpha_i \alpha_j \ \sigma_i \ \sigma_j$$

$$\sigma_P^۲ = \sum_{i=۱}^{n} \alpha_i^۲ \ \sigma_i^۲ + ۲ \sum_{i=۱}^{n} \sum_{j<i} \rho_{ij} \ \alpha_i \ \alpha_j \ \sigma_i \ \sigma_j$$

Where σ_i is the volatility of variable *i* and σ_p is the portfolio's standard deviation.

مدیریت نرخ‌های بهره

- ما نمی‌خواهیم هر نرخ بهره را به عنوان یک متغیر متفاوت بازار در نظر بگیریم.
- بنابراین نرخ‌های بهره را به صورت سررسیدهای استاندارد ۱ ماهه، ۳ ماهه، ۱ ساله، ۲ ساله، ۵ ساله، ۷ ساله، ۱۰ ساله و ۳۰ ساله در نظر می‌گیریم.
- جریانات نقدی حاصل از ابزارهای مالی موجود در بدره را جریانات نقدی یکی از اوراق خزانه استاندارد فوق در نظر بگیریم.

زمانی که می‌توان از مدل خطی استفاده نمود

- بدره سهام
- بدره اوراق قرضه
- پیمان‌های آتی و ارزهای خارجی
- سوآپ نرخ بهره

مـدل خطـی و اختیـارات

- بدره‌ای از اختیارات را در نظر بگیرید که به یک قیمت دارایی ساده بستگی دارد.
- تعریف می‌کنیم.

$$\Delta = \frac{\delta P}{\delta S}$$

و

$$\Delta = \frac{\delta P}{\delta S}$$

مدل خطی و اختیارات (ادامه)

- به صورت تقریبی می‌توان گفت:

$$\delta P = \Delta \delta S = S \Delta \delta x$$

- همینطور هنگامی که تعداد زیادی متغیر بازار می‌شویم.

$$\delta P \quad \sum_{i=1}^{n} S_i \Delta_i \delta x_i$$

Δ_i همان دلتای بدره با توجه به iامین دارایی است.

مثـــال

- سرمایه‌گذاری در اختیارات صادره بر سهام مایکروسافت را در نظر بگیرید. فرض کنید که قیمت سهام به ترتیب ۱۲۰ و ۳۰ و دلتای بدره با توجه به دو قیمت سهام مذکور برابر ۱۰۰۰ با و ۲۰،۰۰۰ است. به صورت تقریبی:

$$\delta P = ۱۲۰ \times ۱،۰۰۰ \times \delta x_۱ + ۳۰ \times ۲۰،۰۰۰ \times \delta x_۲$$

$\delta x_۱$ و $\delta x_۲$ تغییرات نسبی در قیمت‌های دو سهم مذکور است.

Skewness (See Figures 16.3, 16.4, and 16.5)

The linear model fails to capture skewness in the probability distribution of the portfolio value.

مـدل جبـری درجـه دوم

برای بدره‌ای که بستگی به قیمت سهام ساده‌ای دارد.

$$\delta P = \Delta\, \delta S + \frac{۱}{۲}\Gamma\,(\delta S)^{۲}$$

رابطه مذکور منجر به نتیجه‌گیری ذیل می‌شود:

$$\delta P = S\Delta\, \delta x + \frac{۱}{۲} S^{۲}\,\Gamma\,(\delta x)^{۲}$$

شبیه‌سازی مونت کارلو

مراحل این روش به شرح ذیل است:

ارزش امروز بدره

نمونه‌ای از توزیع چند متغیره δx_i را انتخاب نمایید.

به کمک δx_i متغییرهای بازار را برای یک روز تعیین کنید.

در پایان هر روز ارزش بدره را ارزیابی مجدد نمایید.

شبیه‌ســازی مونــت کارلــو

δp را محاسبه نمایید.

- به دفعات مکرر این کار را تکرار کنید تا یک توزیع احتمال برای δp بسازید.
- VaR معیار مناسبی برای توزیع ضرب در ریشه دوم N است.
- برای مثال ۱۰۰۰ سناریو ۱ درصدی دهمین و بدترین حالت است.

رویکرد استانـدارد برای برآورد نوسان‌پذیـری

- Define σ_n as the volatility per day btween day $n - ۱$ and day n, as estimated at end of day $n - ۱$
- Define S_i as the value of market variable at end of day i
- Define $u_i = (S_i / S_{i-۱})$
- The standard estimated of volatility from m ooservation is:

$$\sigma_n^۲ = \frac{۱}{m - ۱} \sum_{i=۱}^{m} (u_{n-i} - \bar{u})^۲$$

$$\bar{u} = \frac{۱}{m} \sum_{i=۱}^{m} u_{n-i}$$

معمـــولاً از روش ساره‌سازی استفـــاده می‌شـــود

- **Define u_i as:**

$$u_i = \frac{S_i - S_{i-۱}}{S_{i-۱}}$$

- **Assume that the mean value of u_i is zero.**
- **Replace $m - ۱$ by m.**
- **This gives:**

$$\sigma_n^۲ = \frac{۱}{m}\sum_{i=۱}^{m} u_{n-i}^۲$$

Weighting Scheme

Instead of assigning equal weights to the observations we can set:

$$\sigma_n^۲ = \sum_{i=۱}^{m} \alpha_i u_{n-i}^۲$$

Where:

$$\sum_{i=۱}^{m} \alpha_i = ۱$$

مـدل EWMA

- In an exponentially weighted moving average model, the weights assigned to the u^2 decline exponentially as we move back through time.

This leads to:

$$\sigma_n^2 = \lambda \sigma_{n-1}^2 + (1 - \lambda)\, u_{n-1}^2$$

ویژگی‌هـای EWMA

- Relatively little data needs to be stored.
- We needs only remember the current estimate of the variance rate and the most recent observation on the market variable.
- Tracks volatility changes.
- JP Morgan use λ = ۰/۹۴ for daily volatility forecasting.

ضریـــب همبستگـــی

- **Dfine u_i and v_i as:**

$$u_i = \frac{U_i - U_{i-۱}}{U_{i-۱}} \quad , \quad v_i = \frac{V_i - V_{i-۱}}{V_{i-۱}}$$

- **Also**

$\sigma_{u,n}$: **daily vol of U calculated on day $n-۱$**

$\sigma_{v,n}$: **daily vol of V calculated on day $n-۱$**

$\mathrm{cov}_n = \rho_n \sigma_{u,n} \sigma_{v,n}$

Where ρ_n on day $n-۱$

ادامـه ضریـب همبستگـی

با استفاده از EWMA

$$\mathrm{cov}_n = \lambda \mathrm{cov}_{n-۱} + (۱ - \lambda) u_{n-۱} v_{n-۱}$$

متریــک ریســک

- بیشتر شرکت‌ها از متریک ریسک استفاده می‌کنند.
- در این روش از ۰/۹۴ = λ استفاده می‌شود.

مقایسه روش‌ها

- روش ایجاد مدل، فرض می‌کند که متغیرهای بازار دارای توزیع چندمتغیره نرمال هستند.
- تکنیک شبیه‌سازی تاریخی نسبتاً کند است و نمی‌تواند نوسان‌پذیری را به‌صورت به‌روز در محاسبات دخیل نماید.

آزمــون استــرس

- این آزمون شامل تست کردن این نکته است که عملکرد یک بدره با توجه به شرایط اکثر تغییرات غیرمعمول بازار در طی ۱۰ تا ۲۰ سال چگونه بوده است.

آزمون برگشت به عقب

- این آزمون برای برآورد نحوهٔ عملکرد VaR در گذشته بکار می‌رود.
- ما می‌توانیم این سؤال را مطرح کنیم: به چه میزان زیان و ضرر بیشتر از VaR با اطمینان ۹۹٪ و ۱۰ روزه بوده است.

پایــان فصـــل ۱۶