

---

فصل چهاردهم  
نوسان پذیری اسمایل



## فصل چهاردهم

قیمت‌های بازار قراردادهای اختیار معامله تا چه حد به قیمت‌های پیش‌بینی شده با استفاده از مدل بلک-شولز نزدیک هستند؟ آیا واقعاً معامله‌گران هنگام تعیین قیمت قرارداد اختیار معامله از مدل بلک - شولز استفاده می‌کنند؟ آیا توزیع احتمالات «لگاریتم قیمت‌های دارایی‌ها» واقعاً به صورت نرمال است؟ چه تحقیقاتی در زمینه آزمون اعتبار و روایی فرمول‌های بلک - شولز انجام شده است؟ در این فصل به دنبال یافتن پاسخ این قبیل سئوالات هستیم. خواهیم گفت که معامله‌گران از مدل بلک - شولز استفاده می‌کنند، ولی نه آنگونه که بلک و شولز در ابتدا بکار بردند. چرا که در حال حاضر این امکان ایجاد شده است که بتوانیم نوسان‌پذیری قیمت یک اختیار معامله را با توجه به قیمت توافقی و زمان باقیمانده تا سررسید را جهت محاسبه قیمت اختیار معامله تعیین کرد.

بخشی از نوسان‌پذیری ضمنی یک اختیار معامله که به صورت تابعی از قیمت توافقی آن است، را اصطلاحاً «نوسان‌پذیری اسمایل» گویند. در این فصل ابتدا نوسان‌پذیری اسمایل را - که معامله‌گران در بازارهای سهام و ارزهای خارجی از آن استفاده می‌کنند - تشریح می‌کنیم، سپس رابطه بین نوسان‌پذیری اسمایل و توزیع احتمال بی‌تفاوتی نسبت به ریسک مفروض برای قیمت آتی دارایی را بررسی خواهیم نمود. همچنین توضیح خواهیم داد که چگونه معامله‌گران اختیار معامله، نوسان‌پذیری را به صورت تابعی از سررسید اختیار معامله در نظر می‌گیرند و چگونه از ماتریس نوسان‌پذیری به عنوان یک ابزار قیمت‌گذاری بهره می‌جویند. در نهایت به مطالعات و تحقیقات انجام شده در رابطه با آزمون بلک - شولز به صورت خلاصه‌وار اشاره خواهیم کرد.

### ۱-۱۴) رابطه برابری قیمت اختیار فروش و اختیار خرید

«رابطه برابری قیمت اختیار فروش و اختیار خرید» که در فصول ۸ و ۱۲ توضیح دادیم، می‌تواند نقطه شروع خوبی برای فهم و درک نوسان‌پذیری اسمایل باشد. همانطور که می‌دانیم، این مبحث رابطه مهمی بین قیمت یک اختیار خرید اروپایی  $C_e$  و قیمت یک اختیار فروش اروپایی  $P_e$  برقرار می‌سازد.

$$P_e + S \cdot e^{-qT} = C_e + Ke^{-rT} \quad \text{رابطه (۱۴-۱)}$$

در رابطه مزبور قرارداد اختیار فروش و قرارداد اختیار خرید، هر دو دارای قیمت توافقی یکسان  $K$  و زمان باقیمانده تا سررسید یکسان  $T$  هستند. متغیر  $S$ ، قیمت دارایی پایه را در حال حاضر (امروز) نشان می‌دهد.  $r$  نرخ بهره بدون ریسک برای سررسید  $T$  و  $q$  بازده حاصل از دارایی می‌باشد.

مهمترین ویژگی رابطه برابری قیمت اختیار فروش و اختیار خرید آن است که این رابطه مبتنی بر یک بحث تقریباً ساده آربیتراژی می‌باشد. به عبارت دیگر در رابطه مذکور لزومی به داشتن پیش‌فرض در مورد نحوه توزیع احتمالات آتی قیمت دارایی نمی‌باشد؛ یعنی چه توزیع قیمت دارایی نرمال باشد و چه غیر نرمال، در هر صورت رابطه فوق‌الذکر صحیح است.

فرض کنید با توجه به یک مقدار معین میزان نوسان‌پذیری،  $P_{bs}$  و  $C_{bs}$  مقادیر اختیار معاملات فروش و خرید اروپایی باشند که با استفاده از مدل بلک - شولز محاسبه شده است. همچنین فرض نمایید که  $P_{mkt}$  و  $C_{mkt}$  ارزش بازاری اختیار معاملات مزبور باشد. با توجه به اینکه رابطه برابری قیمت اختیار فروش و اختیار خرید در مورد مدل قیمت‌های حاصل از مدل بلک - شولز بکار رود، بنابراین باید رابطه ذیل برقرار باشد:

$$P_{bs} + S \cdot e^{-qT} = C_{bs} + Ke^{-rT}$$

چون رابطه برابری قیمت اختیار فروش و اختیار خرید در مورد قیمت‌های بازار نیز بکار می‌رود، بنابراین داریم:

$$P_{mkt} + S \cdot e^{-qT} = C_{mkt} + Ke^{-rT}$$

با تلفیق دو رابطه اخیر می‌توان به رابطه ذیل دست یافت:

$$P_{bs} - P_{mkt} = C_{bs} - C_{mkt} \quad \text{رابطه (۱۴-۲)}$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که مبلغ دلاری خطای قیمت‌گذاری یک اختیار فروش اروپایی با استفاده از مدل بلک - شولز می‌باید دقیقاً معادل مبلغ دلاری خطای قیمت‌گذاری یک اختیار خرید اروپایی با قیمت توافقی و زمان سررسید همسان باشد.

فرض کنید نوسان‌پذیری ضمنی یک اختیار فروش معادل ۲۲٪ باشد. این مطلب بدان معنی است که زمانی  $P_{bs} = P_{mkt}$  است، که میزان نوسان‌پذیری را در مدل بلک - شولز معادل ۲۲٪ قرار دهیم. همچنین با استفاده از رابطه مذکور می‌توان گفت، زمانی  $C_{bs} = C_{mkt}$  می‌باشد که در مدل بلک - شولز مقدار نوسان‌پذیری را معادل ۲۲٪ فرض نماییم. بنابراین نوسان‌پذیری ضمنی اختیار خرید نیز معادل ۲۲٪ خواهد بود. بحث فوق نشان می‌دهد که اگر دو اختیار خرید و فروش دارای قیمت توافقی و سررسید یکسانی باشند، نوسان‌پذیری ضمنی اختیار خرید همواره معادل میزان نوسان‌پذیری ضمنی اختیار فروش خواهد بود. بیان دیگر این مطلب بدین صورت خواهد بود که با استفاده از قیمت توافقی و سررسید مشخص، مقدار صحیح نوسان‌پذیری جهت محاسبه قیمت یک اختیار خرید اروپایی با استفاده از مدل بلک - شولز می‌باید همواره معادل همان مقداری باشد که جهت قیمت‌گذاری یک اختیار فروش اروپایی بکار می‌رود. این نکته در مورد اختیار معاملات آمریکایی نیز به طور تقریبی درست می‌باشد. به همین خاطر هنگامی که از رابطه بین نوسان‌پذیری ضمنی و قیمت توافقی یا رابطه بین نوسان‌پذیری ضمنی و سررسید صحبت می‌شود، لازم نیست که نوع اختیار معامله (اینکه اختیار خرید است یا اختیار فروش) مشخص شود. چرا که رابطه مورد بحث در مورد هر دو اختیار خرید و اختیار فروش صدق می‌کند.

### مثال

ارزش دلار استرالیایی معادل ۰/۶ دلار آمریکایی است. نرخ بهره بدون ریسک در ایالات متحده آمریکا سالیانه ۵٪ و در استرالیا سالیانه ۱۰٪ می‌باشد. قیمت بازار یک اختیار خرید اروپایی صادره بر دلار استرالیایی با سررسید یک ساله و قیمت توافقی ۰/۵۹ دلار معادل ۰/۲۳۶ است. نرم‌افزار DerivaGem میزان نوسان‌پذیری ضمنی اختیار خرید را معادل ۱۴/۵ درصد محاسبه کرده است. با فرض عدم وجود فرصت‌های آربیتراژی، جهت استفاده از رابطه (۱-۱۴) باید  $q$  را معادل نرخ بهره بدون ریسک کشور خارجی تعریف کرد. بنابراین قیمت یک اختیار فروش اروپایی با قیمت توافقی ۰/۵۹ دلار و سررسید یک

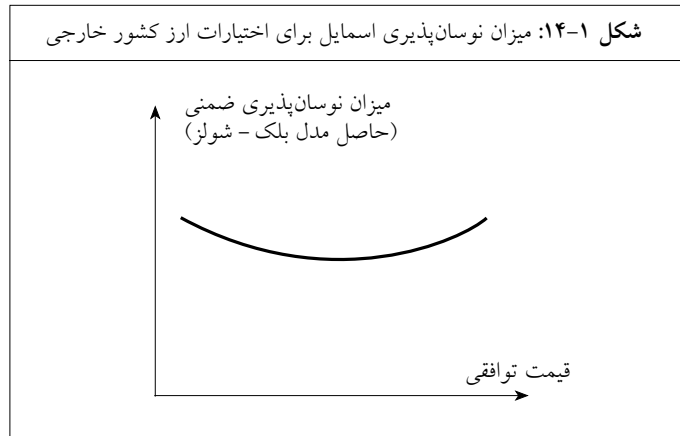
ساله به شرح ذیل محاسبه می‌شود:

$$P_e + 0.06e^{-0.1} \times 1 = 0.0236 + 0.059e^{-0.05} \times 1$$

که با حل رابطه مذکور، مقدار  $P_e$  مساوی با ۰/۰۴۱۹ بدست می‌آید. نرم افزار DerivaGem نشان می‌دهد که چنانچه قیمت اختیار فروش نیز ۰/۰۴۱۹ باشد، میزان نوسان‌پذیری آن نیز معادل ۱۴/۵٪ خواهد بود و این با بحث بالا مطابقت دارد.

## ۱۴-۲) اختیار معاملات ارزشهای خارجی

شکل کلی حاصل از بکارگیری نوسان‌پذیری اسمایل جهت قیمت‌گذاری اختیار معاملات ارز خارجی در نمودار (۱۴-۱) به تصویر کشیده شده است. در مورد اختیار معاملاتی که در نقطه بی‌تفاوتی (به قیمت) (۱) قرار دارند، میزان نوسان‌پذیری نسبتاً کم می‌باشد. هرچه اختیار معاملات به سمت نقطه سودآوری (با قیمت) (۲) یا نقطه زیان‌دهی (بی قیمت) (۳) نزدیک می‌شوند، میزان نوسان‌پذیری به طور صعودی افزایش می‌یابد. نوسان‌پذیری اسمایل در نمودار (۱۴-۱) با توزیع احتمال نشان داده شده به صورت خط ممند در نمودار (۱۴-۲) همخوانی دارد که اصطلاحاً بدان «تابع توزیع ضمنی» (۴) می‌گوییم. تابع

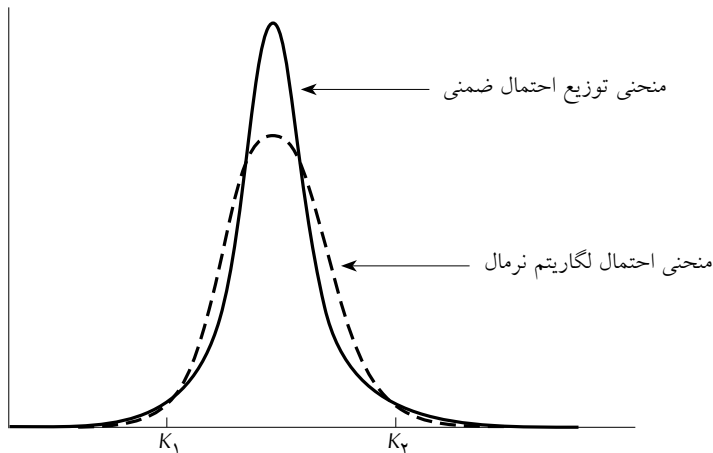


- ۱) At-the-money
- ۲) In-the-money
- ۳) Out-of-the-money
- ۴) Implied-distribution

توزیع لگاریتم نرمال با همان میانگین و همان انحراف معیار در نمودار (۲-۱۴) به صورت خط منقطع نشان داده شده است. می‌توان ملاحظه کرد که تابع توزیع ضمنی در مقایسه با تابع توزیع لگاریتم نرمال دارای کشیدگی نوک تیزتر و دنباله‌های پهن‌تر می‌باشد.

برای اینکه نشان دهیم نمودار (۱-۱۴) و نمودار (۲-۱۴) با همدیگر سازگارند، ابتدا یک اختیار خریدی که عمیقاً در نقطه زیان‌دهی (بی‌قیمت) قرار دارد را با قیمت توافقی بالا یعنی  $K_2$  در نظر بگیرید. این اختیار معامله صرفاً هنگامی برای دارنده آن بازدهی به ارمغان می‌آورد که نرخ مبادله ارز به بالاتر از مقدار  $K_2$  برسد. همانطور که نمودار (۲-۱۴) نشان می‌دهد، احتمال اینکه نرخ مبادله ارز به بالاتر از  $K_2$  برسد، برای تابع با توزیع ضمنی بیشتر از تابع با توزیع لگاریتم نرمال قابل تصور است. لذا انتظار می‌رود که توزیع ضمنی، قیمت بالاتری را در مقایسه با توزیع لگاریتم نرمال برای اختیار معامله ارائه دهد. به موازات افزایش نرخ، میزان نوسان‌پذیری ضمنی نیز کم و بیش افزایش می‌یابد و این دقیقاً همان چیزی است که ما در نمودار (۱-۱۴) مشاهده می‌کنیم. لذا دو نمودار برای قیمت‌های توافقی بالا با هم سازگارند. حال یک اختیار فروش که عمیقاً در نقطه زیان‌دهی (بی‌قیمت) واقع است، را با قیمت توافقی پایین  $K_1$  در نظر بگیرید. این اختیار صرفاً زمانی دارای بازدهی خواهد بود که نرخ مبادله ارز به پایین‌تر از  $K_1$  برسد. نمودار

شکل ۲-۱۴: توزیع احتمالات لگاریتم نرمال و احتمالات ضمنی (مدل بلک - شولز) برای اختیارات ارز خارجی



(۱۴-۲) نشان می‌دهد که احتمال رسیدن نرخ مبادله ارز به پایین‌تر از مقدار  $K_1$  برای توزیع ضمنی بیشتر از احتمال آن در توزیع لگاریتم نرمال است. بنابراین انتظار می‌رود که توزیع ضمنی در مقایسه با توزیع لگاریتم نرمال نرخ بالاتری را ارائه دهد و در نتیجه میزان نوسان‌پذیری ضمنی این اختیار معامله نیز بالا خواهد بود. مجدداً ملاحظه می‌کنید که این نکته در نمودار (۱-۱۴) نیز قابل مشاهده است.

### دلایل نوسان‌پذیری اسمایل در اختیار معاملات ارز خارجی

نشان دادیم که نوسان‌پذیری اسمایل بکار گرفته شده توسط معامله‌گران اختیار معاملات ارز خارجی دلالت بر این دارد که معامله‌گران بر این باورند که توزیع لگاریتم نرمال، احتمال تغییرات بیشینه‌ها و کمینه‌ها (نقاط اکسترمم) در نرخ برابری ارزها را کمتر از مقدار واقع نشان می‌دهد. برای اینکه گفته این معامله‌گران را بسنجیم، تغییرات روزانه ۱۲ نرخ ارز مختلف را در طی یک دوره ۱۰ ساله مورد بررسی قرار می‌دهیم. در گام اول انحراف معیار درصد تغییرات روزانه در هر یک از نرخ‌های مبادله ارزها را محاسبه می‌کنیم. سپس توجه می‌کنیم که چه مقدار درصد تغییرات واقعی بیشتر از یک انحراف معیار، دو انحراف معیار و... بوده است. در نهایت با فرض توزیع نرمال درصد تغییرات، این محاسبات را انجام می‌دهیم. (مدل لگاریتم نرمال اشاره به این دارد که درصد تغییرات در واقع در طول یک دوره زمانی یک روزه دقیقاً دارای توزیع نرمال می‌باشد). این نتایج در جدول (۱-۱۴) آورده شده است.

جدول ۱-۱۴: درصد روزهایی که نرخ مبادله روزانه بیشتر از ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ انحراف معیار تغییر می‌کند.		
	دنای واقعی	مدل لگاریتم نرمال
> ۱ S.D.	۲۵/۰۴	۳۱/۷۳
> ۲ S.D.	۵/۲۷	۴/۵۵
> ۳ S.D.	۱/۳۴	۰/۲۷
> ۴ S.D.	۰/۲۹	۰/۰۱
> ۵ S.D.	۰/۰۸	۰
> ۶ S.D.	۰/۰۳	۰

تغییرات روزانه در  $1/34$  روزها بیشتر از ۳ انحراف معیار بوده است. مدل لگاریتم نرمال تخمین می‌زند که فزونی انحراف معیار بیش از ۳ تنها در  $0/27$  روزها اتفاق افتاده است. تغییرات روزانه به ترتیب در  $0/29$ ،  $0/08$  و  $0/03$  روزها دارای انحراف معیار بیشتر از ۴، ۵ و ۶ بوده است. در صورتی که مدل لگاریتم نرمال پیش‌بینی می‌کند که امکان وقوع چنین احتمالاتی تقریباً صفر است. بنابراین این جدول، گفته معامله‌گران مبنی بر وجود دنباله‌های پهن‌تر و نوسان‌پذیری اسمایل بکار برده شده توسط آنها را تأیید می‌کند. اکنون این سؤال مطرح می‌شود که چرا نرخ‌های مبادله ارزها به صورت تابع توزیع لگاریتم نرمال نمی‌باشد؟ در جواب باید گفت که برای اینکه قیمت یک دارایی دارای توزیع لگاریتم نرمال باشد، وجود دو شرط زیر الزامی است:

۱. میزان نوسان‌پذیری دارایی ثابت باشد.

۲. قیمت دارایی به آرامی و به تدریج تغییر کند و دارای نوسانات شدید نباشد.

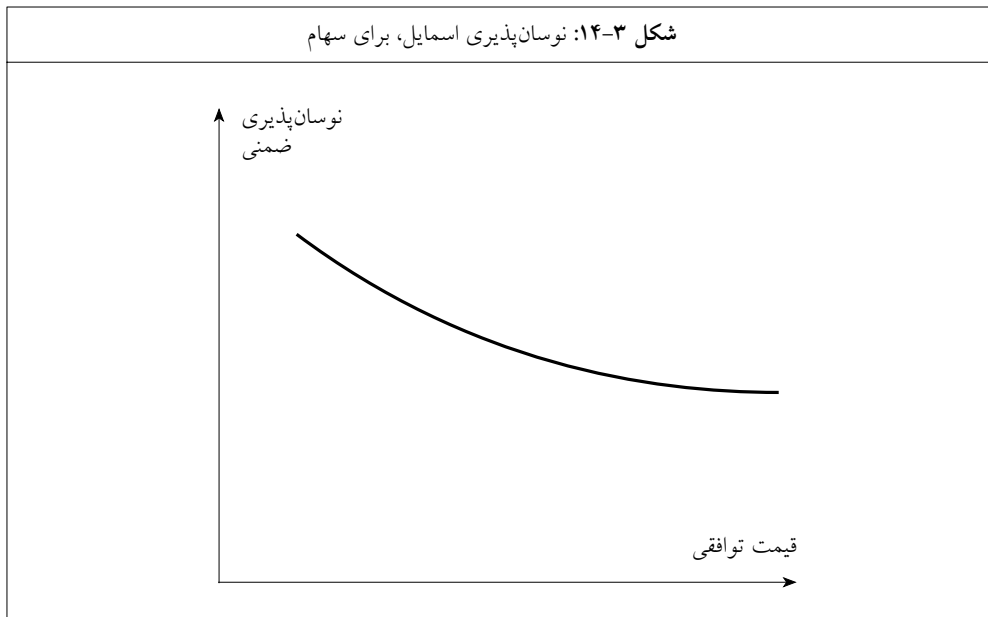
در عمل هیچکدام از دو شرط فوق‌الذکر در مورد نرخ برابری ارزها تحقق نمی‌یابد. نوسان‌پذیری نرخ‌های مبادله ارزها متغیر بوده و برخی اوقات با نوسانات شدیدی همراه بوده‌اند. به همین جهت به خاطر عدم ثبات در میزان نوسان‌پذیری و همچنین وجود نوسانات شدید در نرخ‌های مبادله ارزها باعث می‌شود که احتمال وقوع نقاط اکسترمم در نرخ‌های مبادله ارزها بیشتر محتمل باشد.

میزان تأثیر نوسانات شدید و عدم ثبات نوسان‌پذیری، به سررسید اختیار معامله بستگی دارد. درصد تأثیر نوسان‌پذیری متغیر در قیمت دارایی‌ها با افزایش سررسید اختیار معامله چشمگیرتر می‌شود. لیکن نوسان‌پذیری اسمایل که در نتیجه عدم ثبات نوسان‌پذیری حاصل می‌شود، با افزایش سررسید اختیار معامله چندان افزایش نمی‌یابد. درصد تأثیر نوسانات شدید هم در قیمت‌ها و هم در نوسان‌پذیری اسمایل با افزایش سررسید اختیار معامله از میزان کمتری برخوردار خواهد بود. زمانی که به تعداد کافی اختیار معاملات با سررسید طولانی‌تر را مورد بررسی قرار می‌دهیم، این نوسانات شدید تقریباً به سمت «میانگین تابع توزیع» میل می‌کنند. نتیجه آنکه تابع توزیع حاصل از این نوع داده‌ها را تقریباً نمی‌توان از تابع توزیع حاصل از تغییر آرام و تدریجی قیمت سهام تمیز داد.

### ۱۴-۳) اختیار معاملات سهام و شاخص سهام<sup>(۱)</sup>

شکل کلی نوسان‌پذیری اسمایل مورد استفاده توسط معامله‌گران برای قیمت‌گذاری اختیار معاملات سهام (سهام به طور منفرد یا شاخص سهام) در نمودار (۱۴-۳) به تصویر کشیده شده است. که برخی اوقات اصطلاحاً بدان «منحنی نوسان‌پذیری»<sup>(۲)</sup> نیز می‌گویند.

همانطور که در شکل (۱۴-۳) ملاحظه می‌کنید به موازات افزایش قیمت توافقی، نوسان‌پذیری کاهش می‌یابد. میزان نوسان‌پذیری که برای قیمت‌گذاری اختیار معامله با قیمت توافقی پایین بکار می‌رود (یعنی اختیار فروشی که عمیقاً در نقطه زیان‌دهی (بی‌قیمت) واقع است یا اختیار خریدی که عمیقاً در نقطه سودآوری (باقیمت) قرار دارد) در مقایسه با اختیار معامله باقیمت توافقی بالا (یعنی اختیار فروشی که عمیقاً در نقطه سودآوری (باقیمت) قرار دارد با اختیار خریدی که عمیقاً در نقطه زیان‌دهی (بی‌قیمت) واقع است) به طور چشم‌گیری بیشتر است.



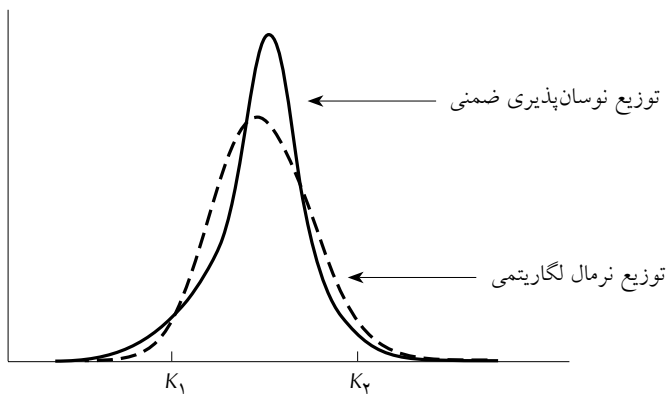
۱) Equity options

۲) Volatility skew

نوسان‌پذیری اسمایل برای اختیار معاملات سهام یا شاخص سهام با توزیع احتمال ضمنی که در نمودار (۴-۱۴) با خط ممتد نشان داده شده است، سازگاری دارد. یک تابع توزیع لگاریتم نرمال با میانگین و انحراف معیار همسان با توزیع ضمنی، به صورت خطوط منقطع به تصویر کشیده شده است. همانطور که ملاحظه می‌کنید توزیع ضمنی در مقایسه با توزیع لگاریتم نرمال دارای کشیدگی با نوک تیزتر و دنباله چپ باریک‌تر می‌باشد.

برای اینکه نشان دهیم دو نمودار (۳-۱۴) و (۴-۱۴) با هم سازگارند ما از همان رویه‌ای را که در مورد نمودارهای (۱-۱۴) و (۲-۱۴) بکار گرفتیم، استفاده می‌کنیم؛ به این صورت که در ابتدا فرض می‌کنیم که اختیار معاملات عمیقاً در نقطه زیان‌دهی قرار دارند. در نمودار (۴-۱۴) می‌توان گفت که یک اختیار خریدی که عمیقاً در نقطه بی‌قیمتی واقع است، با قیمت توافقی  $K_2$  با توجه به توزیع ضمنی در مقایسه با توزیع لگاریتم نرمال دارای قیمت کمتری می‌باشد. علت این امر آن است که اختیار معامله مزبور فقط هنگامی دارای بازدهی خواهد بود که قیمت سهام به بالاتر از مقدار  $K_2$  برسد و احتمال وقوع چنین امری در تابع توزیع ضمنی در مقایسه با توزیع لگاریتم نرمال کمتر است. بنابراین انتظار می‌رود که توزیع ضمنی در مقایسه با توزیع لگاریتم نرمال قیمت نسبتاً پایین‌تری برای

شکل ۴-۱۴: توزیع نوسان‌پذیری ضمنی و نرمال لگاریتمی برای اختیار معاملات سهام



اختیار معامله ارائه دهد. این دقیقاً همان چیزی است که در نمودار (۳-۱۴) قابل مشاهده است. حال یک اختیار فروشی که عمیقاً در نقطه بی‌قیمتی واقع است، با قیمت توافقی  $K_1$  را در نظر بگیرید. این اختیار معامله صرفاً در صورتی دارای بازدهی خواهد بود که قیمت سهام به زیر قیمت  $K_1$  برسد. نمودار (۳-۱۴) نشان می‌دهد که احتمال وقوع چنین امری در تابع با توزیع ضمنی بیشتر است. به همین جهت این تابع در مقایسه با توزیع لگاریتم نرمال، قیمت بالاتر و همچنین میزان نوسان‌پذیری ضمنی بیشتری برای این اختیار معامله بدست می‌دهد. مجدداً می‌بینم که این نتیجه دقیقاً مطابق با نمودار (۳-۱۴) است.

### دلایل نوسان‌پذیری اسمایل در اختیار معاملات سهام و شاخص سهام

یکی از موضوعاتی که می‌تواند وجود اسمایل در اختیار معاملات سهام و شاخص سهام را توضیح دهد، بحث اهرم است. به موازات کاهش ارزش حقوق صاحبان سهام (equity) شرکت، میزان اهرم شرکت افزایش می‌یابد. این مطلب به این معنی است که سرمایه مورد نظر در معرض ریسک بیشتر قرار می‌گیرد و نوسان‌پذیری آن افزایش می‌یابد. همچنین به موازات افزایش ارزش حقوق صاحبان سهام شرکت، اهرم شرکت کاهش می‌یابد. یعنی میزان ریسک سرمایه و نوسان‌پذیری آن کاهش می‌یابد. با توجه به این مطالب می‌توان گفت که انتظار می‌رود نوسان‌پذیری سرمایه شرکت به صورت یک تابع نزولی از قیمت بوده و با نمودارهای (۳-۱۴) و (۴-۱۴) سازگاری داشته باشد.

نکته جالب توجه اینکه الگوی نمودار (۳-۱۴) در مورد سهام و شاخص سهام فقط پس از سقوط بازار سهام در اکتبر ۱۹۸۷ بوجود آمد. تا قبل از اکتبر ۱۹۸۷ مقادیر نوسان‌پذیری ضمنی چندان به قیمت توافقی بستگی نداشت. به همین خاطر «مارک رابینستون»<sup>(۱)</sup> یکی از دلایل وجود الگوی نمودار (۳-۱۴) را «حادثه‌ای مشابه سقوط ناگهانی»<sup>(۲)</sup> می‌داند. معامله‌گران نگران وقوع حادثه‌ای شبیه به اکتبر ۱۹۸۷ هستند و به همین جهت با فرض وقوع مجدد حادثه‌ای مشابه آن، اختیار معاملات را قیمت‌گذاری می‌کنند. هرچند که این گفته، ارزشمند به نظر می‌رسد، لیکن مدارک و شواهد تا حدودی

۱) Mark-Rubinstein

۲) Crashphobia

مختلف و مبهم است. به نظر می‌رسد که توزیع احتمال ضمنی قیمت یک سهم دارای دنباله چپ پهن‌تری نسبت به توزیع احتمال استخراج شده با استفاده از داده‌های تجربی بازده‌های سهام است و پس از اکتبر ۱۹۹۷ و آگوست ۱۹۹۸، از اریب منحنی به مقدار قابل توجهی کاسته شده است.

#### ۴-۱۴) ساختار زمانی نوسان‌پذیری و ماتریس‌های نوسان‌پذیری

معامله‌گران هنگام قیمت‌گذاری اختیار معاملات علاوه بر نوسان‌پذیری اسمایل از ساختار زمانی نوسان‌پذیری نیز بهره می‌جویند. مفهوم این مطلب آن است که مقدار نوسان‌پذیری که برای قیمت‌گذاری اختیار معامله‌ای - که در نقطه بی‌تفاوتی واقع است - بکار می‌رود، به سررسید اختیار معامله بستگی دارد. هنگامی که نوسان‌پذیری با سررسید کوتاه مدت تاریخی پایین باشد، نوسان‌پذیری به صورت یک تابع صعودی از سررسید متمایل می‌شود. زیرا انتظار می‌رود که میزان نوسان‌پذیری‌ها افزایش خواهد یافت. به همین ترتیب هنگامی که نوسان‌پذیری‌های با تاریخ سررسید کوتاه مدت تاریخی بالاتر باشند، نوسان‌پذیری بیشتر به صورت یک تابع نزولی از سررسید خواهد بود. چون که انتظار می‌رود میزان نوسان‌پذیری‌ها کاهش خواهد یافت.

ماتریس‌های نوسان‌پذیری در واقع نوسان‌پذیری اسمایل را با ساختار زمانی نوسان‌پذیری تلفیق می‌کند تا میزان نوسان‌پذیری متناسب جهت قیمت‌گذاری یک اختیار معامله با هر قیمت توافقی و هر سررسیدی ارائه دهد. نمونه‌ای از یک ماتریس

جدول ۲-۱۴: ماتریس نوسان‌پذیری					
	قیمت توافقی				
	۰/۹	۰/۹۵	۱	۱/۰۵	۱/۱
یک‌ماهه	۱۴/۲	۱۳	۱۲	۱۳/۱	۱۴/۵
سه‌ماهه	۱۴	۱۳	۱۲	۱۳/۱	۱۴/۲
شش‌ماهه	۱۴/۱	۱۳/۳	۱۲/۵	۱۳/۴	۱۴/۳
یک‌ساله	۱۴/۷	۱۴	۱۳/۵	۱۴	۱۴/۸
دو‌ساله	۱۵	۱۴/۴	۱۴	۱۴/۵	۱۵/۱
پنج‌ساله	۱۴/۸	۱۴/۶	۱۴/۴	۱۴/۷	۱۵

نوسان‌پذیری که برای قیمت‌گذاری اختیار معاملات ارز خارجی بکار می‌رود، در جدول (۲-۱۴) نشان داده شده است. یکی از ابعاد ماتریس نوسان‌پذیری، قیمت توافقی و بُعد دیگر آن زمان سررسید است. مقادیر داخل ماتریس میزان نوسان‌پذیری‌های ضمنی محاسبه شده با استفاده از مدل بلک-شولز را نشان می‌دهد. در هر زمانی، مقادیر ماتریس با توجه به اختیار معامله متکی بر داده بازار مطابقت دارند. میزان نوسان‌پذیری ضمنی این اختیار معاملات مستقیماً با استفاده از قیمت‌های بازار آنها محاسبه و داخل جدول قرار می‌گیرند. بقیه ماتریس با استفاده از تعدیل خطی بین مقادیر تعیین و مشخص می‌شوند.

زمانی که اختیار معامله جدیدی ارزش‌گذاری می‌شود، مهندسین مالی مقادیر مناسب نوسان‌پذیری را در جدول جستجو می‌کنند. برای مثال هنگام ارزش‌گذاری یک اختیار معامله نه ماهه با قیمت توافقی ۱/۰۵، مهندس مالی بایستی با تعدیل دو عدد ۱۳/۴ و ۱۴ به نوسان‌پذیری معادل ۱۳/۷ دست یابد. این همان نوسان‌پذیری است که می‌یابد در فرمول بلک-شولز مورد استفاده قرار گیرد. (یا در مدل درخت دو جمله‌ای که در فصل ۱۷ بحث آن را مطرح خواهیم کرد).

شکل نوسان‌پذیری اسمایل به سررسید اختیار معامله بستگی دارد. همانطور که در جدول (۲-۱۴) نشان داده شده است، با افزایش سررسید اختیار معامله، از میزان اسمایل بطرز چشم‌گیری کاسته می‌شود. اگر  $T$  را زمان باقیمانده تا سررسید و  $F$  را قیمت پیمان آتی دارایی تعریف کنیم. برخی از مهندسین مالی نوسان‌پذیری اسمایل را به صورت رابطه بین نوسان‌پذیری ضمنی و:

$$\frac{1}{\sqrt{T}} \ln \frac{K}{F}$$

تعریف می‌کنند. نه به صورت رابطه بین نوسان‌پذیری ضمنی و قیمت توافقی ( $K$ ). بنابراین در این تعریف اسمایل چندان به زمان باقیمانده تا سررسید اختیار معامله بستگی ندارد.

### قاعده مدل

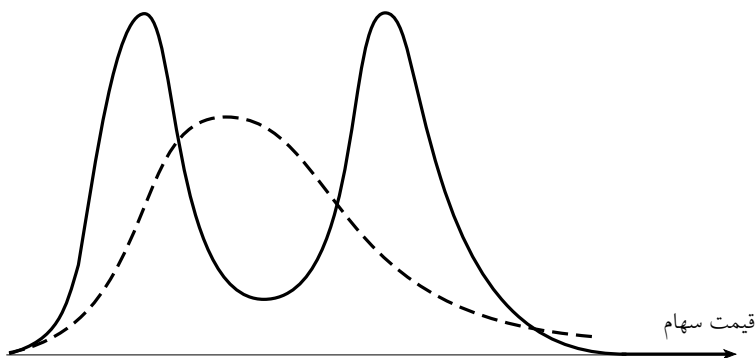
سؤالی که در اینجا مطرح می‌شود این است که چنانچه معامله‌گران برای هر معامله از میزان

نوسان‌پذیری متفاوتی استفاده کنند، در این صورت مدل قیمت‌گذاری چقدر ارزشمند و با اهمیت تلقی خواهد شد؟ می‌توان استدلال کرد که مدل بلک-شولز در واقع چیزی بیش از ابزار تعدیل ماهرانه نیست که توسط معامله‌گران مورد استفاده قرار می‌گیرد، تا اطمینان حاصل شود که یک اختیار معامله با توجه به قیمت‌های بازار سایر اختیاراتی که فعالانه مورد داد و ستد قرار می‌گیرند، قیمت‌گذاری می‌شود. اگر معامله‌گران از مدل بلک - شولز استفاده نکنند و مدل دیگری را جایگزین آن سازند، ماتریس نوسان‌پذیری‌ها تغییر خواهد کرد و شکل اسمایل نیز تغییر می‌کند. لیکن می‌توان استدلال کرد که قیمت‌های دلاری اعلام شده در بازار تغییرات محسوسی نخواهد شد.

### ۵-۱۴) هنگامی که یک نوسان شدید قابل پیش‌بینی باشد

فرض کنید قیمت سهامی در حال حاضر ۵۰ دلار است و انتظار می‌رود پس از اعلام اخبار مهمی در چند روز اخیر، قیمت سهام یا ۸ دلار افزایش و یا ۸ دلار کاهش خواهد یافت. بنابراین توزیع احتمال قیمت سهام در طی مثلاً سه ماه ممکن است شامل ترکیبی از دو توزیع لگاریتم نرمال می‌باشد. که اولی مطابق با اخبار مطلوب (یعنی افزایش قیمت) و تابع توزیع دومی مطابق با اخبار نامطلوب می‌باشد. این موقعیت در نمودار (۵-۱۴) به تصویر کشیده شده است.

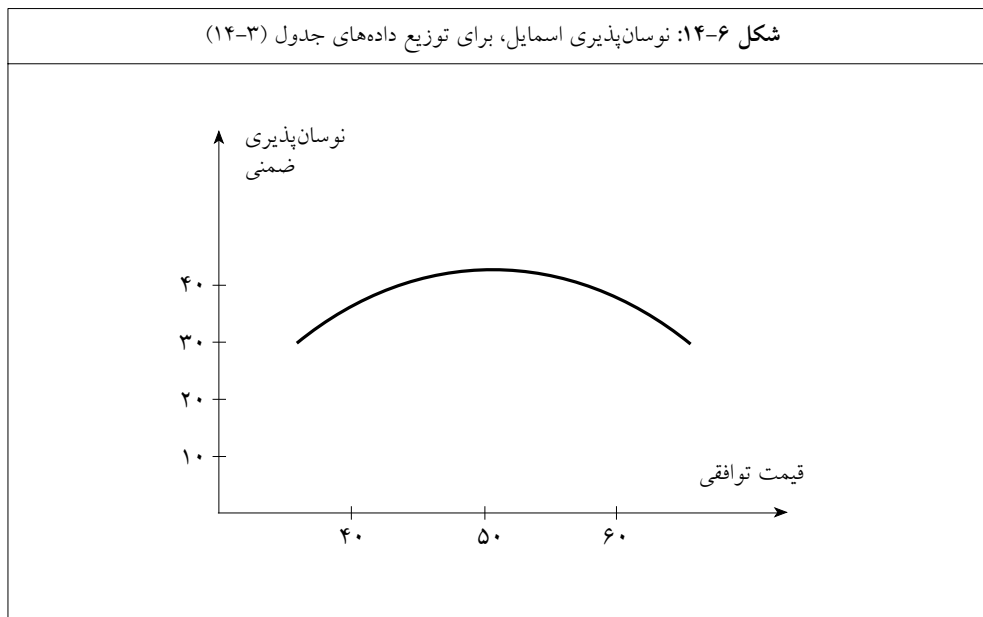
شکل ۵-۱۴: تأثیر یک نوسان شدید در قیمت سهام؛ خط ممند نشانگر توزیع صحیح قیمت‌ها و خطوط منقطع نشانگر توزیع نرمال لگاریتمی می‌باشد.



ترکیب دو توزیع لگاریتم نرمال قیمت‌های سهام در طی سه ماه به صورت خط ممتد نشان داده شده است. یک تابع توزیع لگاریتم نرمال با میانگین و انحراف معیار همسان با آن نیز به صورت خطوط منقطع نشان داده شده است. فرض کنید احتمال وقوع اخبار مطلوب در مورد سهام شرکت و احتمال وقوع اخبار نامطلوب یکسان باشد. همچنین فرض کنید که پس از اعلان اخبار (چه خوب، چه بد) میزان نوسان‌پذیری برای سه ماه معادل مقدار ثابت ۲۰٪ خواهد بود.

یک قرارداد اختیار خرید اروپایی سه ماهه صادره بر سهام باقیمت توافقی ۵۰ دلار را در نظر بگیرید. همچنین در نظر بگیرید که نرخ بهره بدون ریسک سالیانه ۵٪ باشد چون که اخبار خیلی زود اعلام خواهد شد، لذا ارزش اختیار معامله با فرض اعلام اخبار خوب طبق مدل بلک-شولز و با داده‌های؛  $S_0 = 58$ ،  $K = 50$ ،  $r = 5\%$ ،  $\sigma = 20\%$  و  $T = 0.25$  معادل ۸/۷۴۳ محاسبه می‌شود. به همین ترتیب اگر فرض کنیم اخبار بدی در مورد وضعیت سهام شرکت اعلان شود طبق مدل بلک-شولز و با استفاده از داده‌های؛  $S_0 = 42$ ،  $K = 50$ ،  $r = 5\%$ ،  $\sigma = 20\%$  و  $T = 0.25$  ارزش اختیار معامله معادل ۰/۱۰۱ محاسبه خواهد شد. بنابراین ارزش اختیار خرید در حال حاضر (امروز) باید به شرح

شکل ۶-۱۴: نوسان‌پذیری اسمایل، برای توزیع داده‌های جدول (۳-۱۴)



ذیل باشد:

$$۰/۵ \times ۸/۷۴۳ + ۰/۵ \times ۰/۱۰۱ = ۴/۴۲۲$$

میزان نوسان‌پذیری محاسبه شده برای این اختیار معامله ۴۱/۴۸٪ می‌باشد.

محاسبات مشابهی را می‌توان با توجه به سایر قیمت‌های توافقی انجام داد و منحنی نوسان‌پذیری اسمایل را ترسیم کرد. نتایج این محاسبات در جدول (۳-۱۴) آورده شده است و نوسان‌پذیری اسمایل در نمودار (۶-۱۴) ترسیم شده است. از این نمودار بر می‌آید که ما در موقعیت متضاد با موقعیت نمودار (۱-۱۴) هستیم، یعنی اختیاری معاملاتی که در نقطه بی‌تفاوتی واقع هستند، در مقایسه با اختیار معاملاتی که در نقطه سوددهی یا زیان‌دهی واقعند، دارای نوسان‌پذیری بیشتری هستند.

### ۶-۱۴) پژوهش‌های تجربی

انجام تحقیقات تجربی جهت آزمون مدل بلک-شولز و سایر مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معاملات با مشکلات زیادی مواجه بوده است. اولین مشکل این است که هر فرضیه آماری در مورد نحوه قیمت‌گذاری اختیار معاملات دارای دو پیش‌فرض مشترک است. (۱) اول اینکه فرمول قیمت‌گذاری اختیار معامله صحیح است. (۲) دوم اینکه بازارها کارا می‌باشند. لذا اگر مفروضات رد شوند، ممکن است یا پیش‌فرض (۱) غلط

جدول ۳-۱۴: نوسان‌پذیری ضمنی در شرایطی که اعلامیه مهمی، بزودی منتشر خواهد شد.				
نوسان‌پذیری ضمنی (٪)	قیمت اختیار خرید امروز (دلار)	قیمت اختیار خرید چنانچه خبر بدی منتشر شود. (دلار)	قیمت اختیار خرید چنانچه خبر خوبی منتشر شود. (دلار)	قیمت توافقی (دلار)
۳۰/۹۵	۱۵/۴۵۳	۷/۴۷۱	۲۳/۴۳۵	۳۵
۳۵/۴۶	۱۰/۸۳۳	۳/۱۶۹	۱۸/۴۹۷	۴۰
۳۹/۹۴	۷/۱۶۸	۰/۷۷۱	۱۳/۵۶۵	۴۵
۴۱/۴۸	۴/۴۲۲	۰/۱۰۱	۸/۷۴۳	۵۰
۳۹/۲۷	۲/۲۷۷	۰/۰۰۸	۴/۵۴۶	۵۵
۳۵/۶۶	۰/۸۸۲	۰	۱/۷۶۴	۶۰
۳۲/۵	۰/۲۴۷	۰	۰/۴۹۴	۶۵

باشد یا پیش فرض (۲) غلط باشد و یا اینکه هر دو پیش فرض غلط باشند. مشکل دوم این است که نوسان‌پذیری قیمت سهام یک متغیر غیرقابل مشاهده است. یکی از روش‌های برآورد میزان نوسان‌پذیری استفاده از داده‌های تاریخی قیمت سهام است یک راه دیگر استفاده از نوسان‌پذیری ضمنی می‌باشد. مشکل سوم آن است که محققان بایستی مطمئن باشند که داده‌های قیمت سهام و قیمت اختیار معاملات با هم همخوانی دارند. برای مثال چنانچه معامله به آسانی قابل داد و ستد نباشد، مقایسه قیمت‌های پایانی سهام امر معقول و قابل پذیرشی نخواهد بود. قیمت پایانی اختیار معامله ممکن است با توجه به معامله‌ای در ساعت ۱ بعدازظهر تعیین شود. در حالی که قیمت پایانی سهام با توجه به معامله‌ای در ساعت ۴ بعد از ظهر تعیین شود.

بلک و شولز و گالای<sup>(۱)</sup> بررسی کردند که آیا با خریداری نمودن اختیار معاملاتی که زیر قیمت بازار هستند (باتوجه به قیمت تئوریک) و فروش اختیار معاملات که بالای قیمت بازار ارزیابی شده‌اند (باتوجه به قیمت تئوریک) می‌توان به نرخ بازدهی بالاتر از نرخ بازده بدون ریسک دست یافت یا نه؟ بلک و شولز از داده‌های بازار اختیار معاملاتی استفاده کردند که در بازارهای فرا بورس مبادله می‌شدند و در مقابل اثرات سود تقسیمی تضمین و حمایت می‌شوند. «گالای» از داده‌های بورس اختیارات شیکاگو (CBOE) استفاده نمود که در مقابل تأثیرات سود نقدی حمایت نمی‌شوند. گالای از تقریب بلک که در بخش (۱۰-۱۱) توضیح دادیم، جهت محاسبه تاثیر سود تقسیمی پیش‌بینی شده بر قیمت اختیار استفاده کرد. هر دو مطالعه فوق نشان داد که با صرف‌نظر از هزینه‌های معاملاتی، می‌توان با خریداری کردن اختیار معاملاتی که زیر قیمت ارزیابی شده‌اند و فروش اختیار معاملاتی که بالای قیمت تئوریک ارزیابی شده‌اند، به بازده قابل توجه بالاتر از نرخ بازده بدون ریسک دست یافت. لیکن کسب این بازده‌های اضافه بر بازده بدون ریسک صرفاً برای بازارسازان ممکن بود. لذا هنگام دخالت دادن و احتساب هزینه‌های معاملاتی، این بازده‌ها از بین می‌روند.

برخی تحقیقات و مطالعات بدون اینکه پیش فرض خاصی در مورد رفتار قیمت‌های

۱) Black and Scholes and Galai

سهام داشته باشند، به مطالعه این موضوع پرداختند که آیا می‌توان با اتخاذ راهبردهای آربیتراژی به سود بدون ریسک در بازارهای اختیار معاملات دست یافت؟ «گارمن»<sup>(۱)</sup> یک روش کامپیوتری برای کشف هرگونه فرصت آربیتراژی ممکن الوقوع در هر موقعیت مشخص شده تهیه و تدارک نمود.

«کلمکاسکی و رسنیک»<sup>(۲)</sup> بررسی کردند که آیا رابطه (۸-۸) هیچگاه نقض شده است؟ نتیجه آنکه برخی مواقع با استفاده از رابطه مزبور می‌توان به سودهای آربیتراژی کوچکی دست یافت. این امر بخصوص در اختیارات خرید آمریکایی که بالای قیمت ارزیابی می‌شوند، صحت دارد.

«چیراس و ماناستر»<sup>(۳)</sup> با استفاده از داده‌های بورس اختیارات شیکاگو (CBOE) مطالعاتی در رابطه با مقایسه نوسان‌پذیری ضمنی موزون حاصل از اختیار معاملات صادره بر یک سهم در مقطع زمانی معین و میزان نوسان‌پذیری با استفاده از داده‌های تاریخی انجام دادند. آنها دریافتند که مدل قبلی پیش‌بینی بهتری از میزان نوسان‌پذیری قیمت سهام در طول عمر قرارداد اختیار معامله ارائه می‌دهد. ما می‌توانیم نتیجه بگیریم که معامله‌گران اختیار معامله بیشتر از داده‌های تاریخی جهت محاسبه و تعیین میزان نوسان‌پذیری‌های آتی استفاده می‌کنند. چیراس و ماناستر همچنین آزمودند که ببینند آیا می‌توان با خریداری اختیار معاملات با میزان نوسان‌پذیری ضمنی کم و فروش اختیار معاملات با نوسان‌پذیری‌های ضمنی بالا، به بازدهی بالاتر از حد متوسط دست یابند. این راهبرد سودی معادل ۱۰٪ در ماه را نشان داد. مطالعه چیراس و ماناستر را می‌توان به عنوان تأیید و حمایت‌کننده مناسب از مدل بلک-شولز تعبیر کرد و حکایت از عدم کارایی برخی ابعاد بورس شیکاگو (CBOE) دارد.

«مکبث و مرویل»<sup>(۴)</sup> با روش متفاوتی مدل بلک-شولز را مورد آزمون قرار دادند. آنها اختیارات خرید مختلف صادره بر سهام همسان را در زمان یکسانی مورد مطالعه

---

۱) Garman

۲) Klemkosky and Resnik

۳) Chiras and Manaster

۴) MacBeth and Merville

قرار دادند و میزان نوسان‌پذیری‌های ضمنی قیمت‌های اختیار معاملات را مقایسه کردند. سهام مورد انتخاب آنها IBM، Exxon، Kodak، Avon، AT&T و Xerox بود. همچنین دوره زمانی مورد مطالعه سال ۱۹۷۶ بود. مطالعات آنها نشان داد که میزان نوسان‌پذیری‌های ضمنی در مورد اختیاراتی که در نقطه سودآوری قرار دارند نسبتاً بیشتر و برای اختیاراتی که در نقطه زیان‌دهی واقع هستند نسبتاً کم می‌باشد. در واقع میزان نوسان‌پذیری نسبتاً بالا نشانگر قیمت اختیار معامله نسبتاً بالا و نوسان‌پذیری نسبتاً پایین نشانگر قیمت اختیار معامله نسبتاً اندک بود. بنابراین اگر فرض کنیم قیمت‌های اختیاراتی که در نقطه بی‌تفاوتی هستند با استفاده از مدل بلک-شولز صحیح می‌باشند، می‌توان نتیجه گرفت اختیارات خریدی که در نقطه زیان‌دهی قرار دارند (قیمت توافقی بالا) طبق مدل بلک-شولز بالاتر از حد واقع قیمت‌گذاری شده‌اند و اختیارات خریدی که در نقطه سوددهی واقع هستند (قیمت توافقی پایین) طبق مدل بلک-شولز زیر قیمت ارزش‌گذاری شده‌اند. با افزایش زمان سررسید و افزایش میزانی که اختیار معامله در نقطه زیان‌دهی یا سودآوری قرار می‌گیرد، این تاثیرات چشمگیرتر خواهند بود. نتایج مطالعات مکث و مرویل با نمودار (۳-۱۴) همخوانی دارد. این نتایج توسط «لوترباخ و اسشولتز»<sup>(۱)</sup> در مطالعه دیگری با استفاده از قیمت‌گذاری وارنت‌ها تأیید شد.

«رابینستین»<sup>(۲)</sup> مطالعات زیادی مشابه تحقیقات مکث و مرویل انجام داد. از تحقیقات ابتدایی وی هیچ‌الگوی مشخص و روشنی بدست نیامد. لیکن در یک مقاله که در سال ۱۹۹۴ منتشر شد و همچنین در مقاله مشترکی با جکورت<sup>(۳)</sup> در سال ۱۹۹۶ نتایجی ارائه کرد که با نمودار (۳-۱۴) مطابقت داشت. اختیار معاملات با قیمت توافقی پایین در مقایسه با اختیار معاملات با قیمت توافقی بالا از نوسان‌پذیری بیشتری برخوردار بودند. همانطور که قبلاً هم اشاره شد، خاصیت اهرمی و در نتیجه همبستگی منفی بین نوسان‌پذیری و قیمت سهام تا حدودی می‌تواند توجیه‌کننده این یافته‌ها باشد. همچنین می‌توان گفت سرمایه‌گذاران از وقوع حوادث مشابه سقوط ۱۹۸۷ بیمناک

۱) Lauterbach and Schultz

۲) Rubinstein

۳) Jackwerth

و هراسانند.

تعدادی از تحقیقات انجام شده در مورد قیمت‌گذاری اختیارات صادره بر دارایی‌هایی به غیر از سهام متمرکز بوده‌اند. برای مثال «شاستری تاندن»، «بودارسا» و «کورتادون»<sup>(۱)</sup> قیمت‌های فعلی بازار قراردادهای اختیار معامله را بررسی کردند. در مقاله دیگری «شاستری و تندن» قیمت‌های بازار اختیار معامله قرارداد آتی را مورد بررسی قرار دادند. «چنس»<sup>(۲)</sup> قیمت‌های اختیارات شاخص را مورد ملاحظه قرار داد.

لازم است توجه داشته باشید در بیشتر موارد چنانچه هزینه‌های معاملاتی و مابه‌التفاوت‌های بین قیمت‌های پیشنهادی خرید-فروش را نیز در محاسبات وارد کنیم، در این صورت صرف قیمت‌گذاری درست -که با توجه به مدل بلک-شولز تعیین می‌شود- نمی‌تواند شرط کافی برای وجود یک فرصت سودآوری سرمایه‌گذاری باشد. به عبارت ساده‌تر با احتساب هزینه‌های معاملاتی، این فرصت‌های سودآور از بین می‌رود. هنگامی که به دنبال فرصت سودآور می‌گردیم، لازم است به خاطر داشته باشید که گاهی اوقات حتی بازارسازان نیز در فاصله زمانی بین شناسایی و اقدام مقتضی جهت شکار یک فرصت سودآور، به علت این تاخیر، آن فرصت سودآور را از دست می‌دهند. در واقع حتی اگر این تاخیر بواسطه انجام یک معامله بعدی نیز باشد، باعث حذف یک فرصت سودآور می‌گردد.

## ۷-۱۴) خلاصه

در مدل بلک شولز و تعمیم مدل مزبور فرض بر این است که توزیع لگاریتم دارایی پایه در هر مقطعی در آینده، به صورت تابع نرمال است. لیکن معامله‌گران پیش‌فرض‌های دیگری را در این زمینه تعریف می‌کنند. آنها توزیع احتمال قیمت سهام و شاخص سهام را به صورت توزیع با کشیدگی بالاتر و دنباله چپ پهن‌تر نسبت به توزیع لگاریتم نرمال فرض می‌کنند. همچنین آنها تابع توزیع احتمالات نرخ برابری ارزشها را در مقایسه با تابع توزیع لگاریتم نرمال به صورت تابع با کشیدگی بالاتر و دنباله‌های پهن‌تر در نظر می‌گیرند.

۱) Shastri, Tandon, Bodurtha, Courtadon

۲) Chance

معامله‌گران برای توصیف توزیع‌هایی که به صورت لگاریتم نرمال نیستند، از نوسان‌پذیری اسمایل استفاده می‌کنند. تابع نوسان‌پذیری اسمایل رابطه بین نوسان‌پذیری ضمنی یک اختیار معامله و قیمت توافقی آن را نشان می‌دهد، تابع اسمایل اختیار معامله‌های صادره بر سهام و شاخص سهام به صورت نزولی بوده و شیب آنها منفی می‌باشد. به عبارت دیگر اختیار معاملات فروش بی‌قیمت و اختیار معاملات خرید باقیمت معمولاً نوسان‌پذیری ضمنی بالایی دارند. در حالیکه اختیارات خرید بی‌قیمت و اختیار معاملات فروش با قیمت معمولاً نوسان‌پذیری ضمنی کمتری نشان می‌دهند.

تابع اسمایل اختیارات ارزی خارجی،  $u$  شکل است. اختیارات عمیقاً بی‌قیمت و عمیقاً باقیمت در مقایسه با اختیاراتی که در نقطه به‌قیمت واقعند، دارای نوسان‌پذیری ضمنی بیشتری هستند.

همچنین اغلب معامله‌گران از ساختار زمانی نوسان‌پذیری استفاده می‌کنند. در اینجا نوسان‌پذیری ضمنی یک اختیار معامله بستگی به عمر آن دارد. با تلفیق نوسان‌پذیری اسمایل و ساختار زمانی نوسان‌پذیری ماتریس نوسان‌پذیری شکل می‌گیرد. که این ماتریس، نوسان‌پذیری ضمنی را به صورت تابعی از قیمت توافقی و زمان باقیمانده تا سررسید تعریف می‌نماید.

## سؤال

۱. نوسان‌پذیری ضمنی در هریک از دو حالت زیر چگونه است؟  
(الف) هر دو دامنه توزیع قیمت سهام پهن‌تر از توزیع احتمال لگاریتم نرمال است.  
(ب) دامنه سمت راست پهن‌تر و دامنه سمت چپ نازک‌تر از توزیع لگاریتم نرمال است.
۲. هنگامی که نوسان‌پذیری غیر معین و به صورت مثبت با قیمت سهام همبستگی داشته باشد، چه الگویی از نوسان‌پذیری ضمنی برای اختیار معامله شش ماهه مورد استفاده قرار می‌گیرد؟
۳. نوسان‌پذیری ضمنی با تغییرات ناگهانی در قیمت دارایی پایه، چه تغییری می‌کند؟ آیا این الگو بیشتر شبیه اختیار معامله شش ماهه است یا سه ماهه؟
۴. یک اختیار خرید و یک اختیار فروش اروپایی دارای قیمت توافقی و زمان سررسید یکسانی هستند. نشان دهید که تفاوت قیمت اختیار معامله با استفاده از مدل‌های مختلف قیمت‌گذاری یکسان می‌باشد.
۵. توضیح دهید چرا شکل ۴-۱۴ با شکل ۳-۱۴ همخوانی دارد؟
۶. قیمت بازار یک اختیار خرید اروپایی ۳ دلار و قیمت محاسبه شده توسط مدل بلک-شولز، معادل ۳/۵ دلار است. قیمت محاسبه شده توسط مدل بلک-شولز برای اختیار فروش اروپایی با همان قیمت توافقی و همان سررسید، ۱ دلار است. با این حساب قیمت بازار اختیار فروش چه مقدار باید باشد؟ دلایل پاسخ خود را ذکر نمایید.
۷. قیمت سهمی در حال حاضر ۲۰ دلار است. انتظار می‌رود فردا اخباری در مورد این شرکت اعلام شود. در صورت مثبت بودن این اخبار، قیمت هر سهم ۵ دلار افزایش خواهد یافت و در غیر این صورت ۵ دلار کاهش خواهد یافت. مشکلات استفاده از مدل بلک-شولز برای ارزش‌گذاری اختیارات یک ماهه صادره بر سهام این شرکت را بیان نمایید.

