
فصل هیجدهم

قراردادهای اختیار معامله نرخ بهره

فصل هیجدهم

اختیار معامله نرخ بهره یا قراردادهای اختیار معامله نرخ بهره، اختیاراتی هستند که بازده آنها به نوعی بستگی به سطح نرخ بهره دارد. در سال‌های اخیر این دسته از اختیار معاملات با استقبال زیادی روبرو بوده‌اند و در حال حاضر انواع مختلفی از اختیار معاملات نرخ بهره در بورس‌های رسمی و بازارهای خارج از بورس فعالانه داد و ستد می‌شوند. در این فصل در مورد برخی از این محصولات و نحوه کاربرد آنها صحبت خواهیم کرد. همچنین تشریح خواهیم کرد که چگونه می‌توان با استفاده از مدل‌های بازار استاندارد (بورس) اقدام به قیمت‌گذاری سه ابزار مالی متداول در بازارهای خارج از بورس یعنی اختیار معاملات اروپایی اوراق قرضه، قرارداد اختیار سقف و کف نرخ بهره و اختیار معاملات اروپایی سوآپ نمود. در واقع مبنای این مدل‌ها، به مدل بلک-شولز (جهت قیمت‌گذاری اختیار معاملات اروپایی) بر می‌گردد و بر این فرض استوارند که لگاریتم متغیر کلیدی بازار در آینده، دارای توزیع نرمال می‌باشد.

۱-۱۸) دادوستد اختیار معاملات نرخ بهره

بیشترین و فعال‌ترین دادوستد اختیار معامله نرخ بهره که توسط بورس‌ها در ایالات متحده آمریکا ارائه شده است، اختیارات صادره بر قرارداد آتی اوراق قرضه خزانه، قرارداد آتی اسناد خزانه و قرارداد آتی دلار اروپایی (یورودلار) می‌باشد. جدول (۳-۱۳) در فصل ۱۳ قیمت‌های پایانی این ابزارهای مالی را در پانزدهم مارس ۲۰۰۱ نشان می‌دهد.

یک قرارداد اختیار معامله صادره بر قرارداد آتی اوراق قرضه خزانه یا به اختصار «اختیار آتی اوراق قرضه خزانه» عبارت است از؛ اختیار یا حق ورود در یک قرارداد آتی اوراق قرضه خزانه. همانطور که در فصل ۵ اشاره شد، یک قرارداد آتی اوراق قرضه خزانه، برای تحویل ۱۰۰,۰۰۰ دلار اوراق خزانه بکار می‌رود. قیمت اختیار معامله قرارداد آتی اوراق قرضه خزانه به صورت نسبتی از قیمت رسمی اوراق خزانه پایه، تقسیم بر ۶۴ و سپس ضربدر ۰/۰۱ بیان می‌شود. با استفاده از جدول (۳-۱۳) هنگامی که قیمت توافقی ۱۰۴ است، قیمت اختیار خرید قرارداد آتی آوریل صادره بر اوراق خزانه را در پانزدهم مارس ۲۰۰۱ به صورت ۱۱-۲ یا $2\frac{11}{32}$ ٪ اصل مبلغ اوراق قرضه نشان می‌دهد. این مطلب بدین معنی است که هزینه یک قرارداد معادل ۲,۱۷۱/۸۷ دلار می‌باشد. نحوه گزارش قیمت‌های اختیار معامله اسناد خزانه نیز به همین گونه است.

یک قرارداد اختیار معامله صادره بر قرارداد آتی یورودلار (دلار اروپایی) نیز اختیار یا حق ورود در یک قرارداد آتی یورودلار می‌باشد. همانطور که در فصل ۵ توضیح داده شد، هنگامی که قیمت اعلان یا گزارش شده قرارداد آتی یورودلار ۱ bp یا ۰/۰۱ تغییر می‌کند سود یا زیان ناشی از قرارداد آتی یورودلار ۲۵ دلار می‌باشد. به همین ترتیب در قیمت‌گذاری اختیارات آتی یورودلار، ۱ bp مبین ۲۵ دلار می‌باشد. در قراردادهای با سرسید کوتاه مدت‌تر، قیمت‌ها با توجه به نزدیکترین ربع bp بیان می‌شوند. برای دو ماه دیگر، این قیمت‌ها با توجه به نزدیکترین نصف یک bp بیان می‌شوند. نرخ‌های اعلانی روزنامه وال‌استریت برای قرارداد آتی یورودلار بورس تجاری شیکاگو (CME) در جدول (۳-۱۳) را باید در ۱۰ ضرب نمود تا اعلان نرخ‌ها به صورت bp باشد. به عنوان مثال اعلان نرخ ۵/۹۲ برای اختیار خرید قرارداد آتی مارس CME در جدول (۳-۱۳) هنگامی که قیمت توافقی ۹۴/۵ می‌باشد، باید به صورت ۵/۹۲۵ تعبیر و تفسیر نمود. به عبارت

دیگر این اعلان نرخ نشان می‌دهد که اعلان بورس تجاری شیکاگو bp ۵۹/۲۵ می‌باشد. بنابراین هزینه یک قرارداد $25 \times 59/25 = 1481/25$ دلار خواهد بود. به همین ترتیب اعلان قیمت ۱۰/۳ برای قرارداد ماه آوریل نشان می‌دهد که اعلان بورس CME معادل ۱۰۳bp است.

عملکرد و ساز و کار اختیار معامله قرارداد آتی نرخ بهره مشابه سایر قراردادهای اختیار معامله قرارداد آتی بحث شده در فصل ۱۳ می‌باشد. برای مثال بازده حاصل از اختیار خرید معادل، $\max(F - K, 0)$ می‌باشد که در آن F قیمت آتی در زمان اعمال قرارداد و K قیمت توافقی می‌باشد. علاوه بر بازده نقدی، دارنده اختیار معامله در هنگام اجرا و اعمال اختیار معامله صاحب یک موقعیت خرید در قرارداد آتی می‌شود و صادر کننده اختیار معامله نیز یک موقعیت فروش نظیر آن را بدست می‌آورد.

قیمت قراردادهای آتی نرخ بهره، با افزایش قیمت‌های اوراق قرضه، افزایش می‌یابند (که در این صورت نرخ‌های بهره کاهش می‌یابند). همچنین افزایش نرخ‌های بهره منجر به کاهش قیمت‌های اوراق قرضه می‌شود و در نتیجه قیمت‌های قرارداد آتی نرخ بهره کاهش می‌یابند. سرمایه‌گذاری که فکر می‌کند نرخ‌های بهره کوتاه مدت افزایش خواهند یافت، می‌تواند با خرید قراردادهای اختیار فروش صادره بر قرارداد آتی یورو دلار دست به سفته بازی بزند. همچنین سرمایه‌گذاری که فکر می‌کند نرخ‌های بهره کاهش خواهد یافت، می‌تواند با خرید اختیار خرید قرارداد آتی یورو دلار سفته‌بازی کند و در صورت تحقق پیش‌بینی، سود نصیب خود سازد. سرمایه‌گذاری که تصور می‌کند نرخ‌های بهره بلند مدت افزایش خواهند یافت، می‌تواند با خرید اختیارات فروش قرارداد آتی اسناد خزانه یا قرارداد آتی اوراق قرضه خزانه دست به سفته‌بازی بزند. برعکس چنانچه گمان می‌برد نرخ‌های بهره بلند مدت کاهش خواهند یافت می‌تواند با خرید اختیار خرید این دسته از ابزارهای مالی به اهداف سفته‌بازی خود نائل شود.

مثال

فرض کنید الان ماه فوریه است و قیمت آتی قرارداد یورو دلار ژوئن ۹۳/۸۲ می‌باشد. (این قیمت در واقع مطابق با نرخ بهره یورو دلار سه ماهه ۶/۱۸٪ در سال می‌باشد.) قیمت

اختیار خرید صادره بر قرارداد با قیمت توافقی ۹۴ دلار در بورس به صورت ۲۰bp گزارش شده است. این قرارداد اختیار معامله می‌تواند برای سرمایه‌گذاری که تصور می‌کند نرخ‌های بهره کاهش خواهند یافت، گزینه جذابی می‌باشد. فرض نمایم نرخ‌های بهره کوتاه مدت حدود ۱۰۰bp کاهش یافته و سرمایه‌گذار هنگامی که قیمت آتی دلار اروپایی ۹۴/۷۸ است، اختیار خرید را به اجرا بگذارد. (این مطابق با نرخ بهره یورودلار سه ماهه ۵/۲۲٪ در سال است) بازده این عملیات $1,950 = 100 \times (94/78 - 94) \times 25$ دلار می‌باشد. هزینه انعقاد قرارداد نیز $500 = 20 \times 25$ دلار است. بنابراین سود سرمایه‌گذار معادل ۱,۴۵۰ دلار می‌باشد.

مثال

فرض نمایم الان در ماه آگوست باشیم و قیمت آتی برای قرارداد اوراق قرضه خزانه دسامبر در بورس شیکاگو ۹۶-۰۹ (یا $96\frac{9}{32}$) باشد. بازده (عایدی) اوراق قرضه دولتی بلند مدت تقریباً ۸/۴٪ در سال می‌باشد. سرمایه‌گذاری که گمان می‌برد این بازده در ماه دسامبر کاهش خواهد یافت ممکن است اختیار خرید به تحویل دسامبر با قیمت توافقی ۹۸ را خریداری نماید. فرض کنیم قیمت این اختیارات خرید ۱-۰۴ (یا $1\frac{4}{4}$) اصل مبلغ) باشد. اگر نرخ‌های بلند مدت به ۸٪ در سال کاهش یابد و قیمت آتی اوراق قرضه خزانه به ۱۰۰-۰۰ افزایش یابد، سود خالص سرمایه‌گذار به ازای هر ۱۰۰ دلار قرارداد آتی اوراق قرضه خزانه به شرح ذیل محاسبه می‌شود:

$$100 - 98 - 1/0625 = 0/9375$$

زیرا یک قرارداد اختیار معامله برای خرید یا فروش ابزارهای مالی با ارزش اسمی ۱۰۰,۰۰۰ دلار است، سود سرمایه‌گذار بابت هر قرارداد اختیار معامله خریداری شده معادل ۹۳۷/۵ دلار خواهد بود.

۱۸-۲) اوراق قرضه با اختیار معامله نهفته یا ضمنی^(۱)

برخی قراردادهای اوراق قرضه در داخل قرارداد به طور ضمنی دارای اختیارات خرید و

۱) Embedded bond options

فروش می‌باشند. برای مثال یک «اوراق قرضه قابل بازخرید»^(۱) این امکان را به شرکت منتشر کننده آن می‌دهد تا اوراق قرضه را با یک قیمت از پیش تعیین شده و در دوره زمانی معینی در آینده بتواند بازخرید کند. دارنده چنین اوراق قرضه‌ای، در واقع این اختیار یا حق را به شرکت منتشر کننده فروخته است. قیمت توافقی یا قیمت اختیار خرید، یک قیمت از قبل تعیین شده می‌باشد که صادرکننده اوراق قابل بازخرید بایستی به دارنده این اوراق، مبلغ مزبور راپردازد، تا بتواند اوراق را بازخرید نماید. معمولاً اوراق قرضه قابل بازخرید را در چند سال اول عمرشان نمی‌توان بازخرید نمود. (که اصطلاحاً بدان «دوره تثبیت شده»^(۲) گویند.) پس از گذشت این دوره زمانی، معمولاً قیمت اختیار خرید به صورت تابع نزولی از زمان می‌باشد. به عنوان مثال یک اوراق قرضه ۱۰ ساله ممکن است برای دو سال اول عمر آن امتیاز بازخرید وجود نداشته باشد. پس از آن صادرکننده این اوراق ممکن است حق بازخرید اوراق در سال‌های سوم و چهارم عمر آن به قیمت ۱۱۰ دلار، در سال‌های پنجم و ششم به قیمت ۱۰۷ دلار، در سال‌های هفتم و هشتم به قیمت ۱۰۶ دلار و در سال‌های ۹ و ۱۰ به قیمت ۱۰۳ دلار داشته باشد. ارزش اختیار خرید در بازده‌های گزارش شده روی اوراق قرضه منعکس می‌شود. اوراق قرضه با ویژگی‌های امکان بازخرید نسبت به بقیه اوراق قرضه بازده بالاتری بدست می‌دهند.

یک «اوراق قرضه قابل فروش»^(۳)، این امکان را برای دارنده آن فراهم می‌آورد که تقاضای بازخرید^(۴) آن را با قیمت از پیش تعیین شده و در دوره زمانی مشخص در آینده بنماید. دارنده چنین اوراق قرضه‌ای در واقع علاوه بر خود اوراق قرضه، یک اختیار فروش صادره بر آن را نیز خریداری کرده است. چون که اختیار فروش مزبور، ارزش اوراق قرضه را برای دارنده آن افزایش می‌دهد، به همین جهت اوراق قرضه‌ای که همراه با اختیار فروش هستند، دارای بازدهی کمتری نسبت به اوراق قرضه بدون اختیار فروش می‌باشند. یک نمونه ساده در این مورد، «اوراق قرضه جمع شدنی ۱۰ ساله»^(۵) است. به

۱) Callable bond

۲) Lock-out period

۳) Puttable bond

۴) Redemption

۵) A ten-year retractable, bond

طوری که دارنده آن حق مُسترد کردن را در پایان پنج سال دارد. تعدادی از ابزارهای مالی غیر از اوراق قرضه، دارای اختیارات نرخ بهره نهفته می‌باشند. برخی اوقات اختیارات، اختیارات اوراق قرضه می‌باشد. برای مثال امتیاز بازخرید زودتر از موعد در مورد سپرده‌های با نرخ ثابت یک اختیار فروش صادره بر یک اوراق قرضه می‌باشد. امتیاز پیش پرداخت بر روی وام‌های با نرخ ثابت یک اختیار خرید صادره بر اوراق قرضه می‌باشد. همچنین تعهدات وامی یک بانک یا سایر مؤسسات مالی در واقع یک اختیار فروش صادره بر یک اوراق قرضه است. به عنوان مثال فرض کنید که بانکی نرخ بهره ۱۰٪ پنج ساله، را برای یک وام‌گیرنده بالقوه اعلام می‌کند و بیان می‌دارد که این نرخ برای دو ماه آتی معتبر است. در نتیجه مشتری حق فروش یک اوراق قرضه پنج ساله با کوپن ۱۰٪ به مؤسسه مالی را با ارزش اسمی آن در هر زمان تا سررسید دو ماه دیگر بدست می‌آورد.

۳-۱۸) مدل بلک

از زمانی که مدل بلک-شولز برای اولین بار در سال ۱۹۷۳ منتشر شد، همواره این مدل یکی از ابزارهای رایج و متداول در امور مالی بوده است. همانطور که در فصل ۱۲ و ۱۳ تشریح شد، با استفاده از تعمیم این مدل می‌توان قراردادهای اختیار معامله صادره بر روی ارز خارجی، شاخص‌های سهام و قراردادهای آتی را قیمت‌گذاری نمود. همانطور که در فصل ۱۴ ذکر شد، معامله‌گران روش‌های منعطفی برای استفاده از مدل جهت بازنمایاندن باورها و پیش‌فرض‌های خود یافته‌اند. بنابراین جای تعجب ندارد که با استفاده از تعمیم این مدل می‌توان مشتقات نرخ بهره را نیز قیمت‌گذاری نمود.

تعمیم مدل بلک-شولز که به طور گسترده در حوزه نرخ بهره کاربرد دارد، به مدل بلک معروف گشته است. همانطور که در قسمت (۸-۱۳) بحث شد، در ابتدا از این مدل برای قیمت‌گذاری اختیار معاملات قرارداد آتی کالاهای اساسی استفاده می‌کردند. در این فصل توضیح می‌دهیم که چگونه می‌توان با استفاده از این مدل انواع گوناگونی از اختیار معاملات مشتقات نرخ بهره را قیمت‌گذاری نمود.

کاربرد مدل بلک در قیمت‌گذاری اختیار معاملات اروپایی

یک قرارداد اختیار خرید اروپایی صادره بر یک متغیر با ارزش V را در نظر بگیرید. در

ابتدا نشانگرهای ذیل را تعریف می‌کنیم.

$$\begin{aligned}
 T &= \text{زمان باقیمانده تا سررسید قرارداد اختیار معامله} \\
 F &= \text{قیمت پیمان آتی } V \text{ برای یک قرارداد با سررسید در زمان } T \\
 F_0 &= \text{ارزش } F \text{ در زمان صفر } (T = 0) \\
 F_T &= \text{ارزش } F \text{ در زمان } T \\
 K &= \text{قیمت توافقی اختیار معامله} \\
 r &= \text{نرخ بهره برای سررسید } T \\
 \sigma &= \text{نوسان پذیری } F \\
 V_T &= \text{ارزش } V \text{ در زمان } T
 \end{aligned}$$

بازدهی اختیار معامله در زمان T معادل $\text{Max}(V_T - K, 0)$ است. با توجه به اینکه F_T $V_T =$ ، لذا می‌توان بازدهی اختیار معامله را در زمان T معادل $(F_T - K, 0)$ تعریف نمود. همانطور که در فصل ۱۳ نشان داده شد، مدل بلک، قیمت اختیار معامله را در زمان $T = 0$ بدست می‌دهد. ارزش اختیار خرید نظیر آن نیز به شرح ذیل محاسبه می‌شود:

$$C_e = e^{-rT}[F \cdot N(d_1) - KN(d_2)] \quad (18-1) \quad \text{رابطه}$$

که در آن:

$$d_1 = \frac{\ln(F_0/K) + \sigma^2 T/2}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F_0/K) - \sigma^2 T/2}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

ارزش اختیار فروش نظیر آن نیز به شرح ذیل محاسبه می‌شود:

$$P_e = e^{-rT}[KN(-d_2) - F \cdot N(-d_1)] \quad (18-2) \quad \text{رابطه}$$

تعمیم مدل بلک

ما می‌توانیم با فرض ایجاد بازده در زمان متفاوت T ، مدل بلک را تعمیم دهیم. فرض کنید که بازده اختیار معامله با استفاده از ارزش متغیر V در زمان T محاسبه شده باشد. لیکن بازده با یک تأخیر در زمان T^* به وقوع می‌پیوندد به طوری که $T^* \geq T$ است. در این حالت لازم است که در مورد بازدهی در زمان T^* به جای بازدهی در زمان T صحبت

کنیم. با فرض r^* به عنوان نرخ بهره در زمان سررسید T^* داریم:

$$C_e = e^{-r^*T^*} [F \cdot N(d_1) - KN(d_2)] \quad (۱۸-۳) \text{ رابطه}$$

$$P_e = e^{-r^*T^*} [KN(-d_2) - F \cdot N(-d_1)] \quad (۱۸-۴) \text{ رابطه}$$

که در آن:

$$d_1 = \frac{\ln(F/K) + \sigma^2 T/2}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F/K) - \sigma^2 T/2}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

نحوه استفاده از مدل

هنگام استفاده از مدل بلک برای قیمت‌گذاری اختیارات اروپایی نرخ بهره که در بازار خارج از بورس معامله می‌شوند، متغیر F در روابط (۱۸-۱) و (۱۸-۴) را معمولاً معادل قیمت پیمان آتی - به جای قیمت قرارداد آتی آن - قرار می‌دهند. در فصل ۵ گفتیم اگر نرخ‌های بهره در خلال مدت قرارداد آتی ثابت و معین باشد، تفاوتی بین قیمت‌های پیمان آتی و قرارداد آتی وجود نخواهد داشت. اما اگر نرخ بهره در طول مدت قرارداد، متغیر باشد، این دو قیمت معادل هم نخواهند بود. هر چند که نمی‌توان انتظار داشت قیمت پیمان آتی و قیمت قرارداد آتی برای کالای معینی در زمان معین و با تاریخ تحویل یکسان و حتی ریسک‌های اعتباری برابر، مساوی باشد ولیکن جهت تسهیل در ارائه مطالب و حداقل در مورد محصولاتی که در این فصل مدنظر ماست، از جمله قیمت‌گذاری قرارداد اختیار معامله صادره بر یک متغیر وابسته به نرخ بهره، فرض را بر این می‌گذاریم که قیمت آتی برای قراردادی با تاریخ تحویل معین برابر است با قیمت پیمان آتی برای قراردادی با همان تاریخ تحویل به شرطی که نرخ بهره غیر تصادفی بوده و قابل پیش‌بینی باشد. مدل بلک شولز برای قیمت‌گذاری اختیارات صادره بر نرخ بهره مبنای تئوریک قوی دارد.

۱۸-۴) اختیار معاملات اوراق قرضه دلار اروپایی

اختیار معامله اوراق قرضه دلار اروپایی عبارت است از حق خرید یا فروش یک ورقه

قرضه با یک قیمت مشخص K و در زمان معین T . فرض مشترک در ارزش گذاری اختیارات این اوراق قرضه آن است که لگاریتم قیمت اوراق در زمان T به صورت توزیع نرمال می باشد. روابط (۱۸-۱) و (۱۸-۲) را می توان با فرض معادل قیمت پیمان آتی اوراق قرضه مورد استفاده قرار داد. متغیر σ ، نوسان پذیری F را نشان می دهد. لذا $\sigma\sqrt{T}$ انحراف معیار لگاریتم قیمت های اوراق قرضه در زمان T را نشان می دهد.

همانگونه که در فصل ۵ توضیح داده شد، F_t را می توان با استفاده از قیمت نقدی فعلی اوراق قرضه B به شرح ذیل محاسبه نمود:

$$F_t = (B - I)e^{rT} \quad (۱۸-۵) \text{ رابطه}$$

که در آن I ارزش فعلی کوپن هایی است که در طول عمر قرارداد اختیار معامله پرداخت خواهد شد و r نرخ بهره برای سررسید T می باشد. در این فرمول هر دو قیمت نقدی اوراق قرضه و قیمت پیمان آتی اوراق قرضه قیمت های نقدی - و نه قیمت های گزارش شده - می باشند. رابطه بین قیمت های نقدی و گزارش شده اوراق قرضه در فصل ۵ توصیف شده است. به طور خلاصه قیمت نقدی برابر است با قیمت گزارش شده به علاوه بهره معوقه. معامله گران از قیمت گزارش شده یک ورقه قرضه به عنوان «قیمت ناب»^(۱) یاد می کنند و قیمت نقدی را به اصطلاح «قیمت ناخالص»^(۲) می گویند.

قیمت توافقی K ، در روابط (۱۸-۱) و (۱۸-۲) باید قیمت توافقی نقدی (قیمت ناخالص) باشند. بنابراین جهت تعیین ارزش صحیح K بکار بردن اصطلاحات دقیق اختیار معاملات مهم و ضروری می باشد. اگر قیمت توافقی به صورت مبلغ نقدی تعریف شده باشد که هنگام اعمال اختیار معامله با اوراق قرضه مبادله می شود، در این صورت K می باید معادل این قیمت توافقی قرار داده شود. اگر قیمت توافقی، قیمت ناب (قیمت گزارش شده) باشد، در هنگام اعمال اختیار معامله، K باید معادل قیمت توافقی بعلاوه بهره معوقه در تاریخ انقضا اختیار معامله قرار داده شود.

۱) Clean price

۲) Dirty price

مثال

یک اختیار خرید اروپایی ده ماهه صادره بر ورقه قرضه ۹/۷۵ ساله با ارزش اسمی ۱,۰۰۰ دلار در نظر بگیرید. (در زمان سررسید اختیار معامله، از عمر ورقه قرضه هشت سال و یازده ماه باقی می ماند.) فرض نمایید قیمت نقدی اوراق قرضه در حال حاضر ۹۶۰ دلار، قیمت توافقی ۱,۰۰۰ دلار و نرخ بهره بدون ریسک ده ماهه، سالیانه ۱۰٪ و میزان نوسان پذیری قیمت پیمان آتی اوراق قرضه در ده ماه، سالیانه ۹٪ باشد. این اوراق قرضه هر شش ماه یکبار کوپن ۱۰٪ می پردازد. انتظار می رود مبلغ ۵۰ دلار به ترتیب بعد از سه ماه و نه ماه به ترتیب پرداخته شود. (این مطلب بدین معنی است که بهره معوقه ۲۵ دلار و قیمت اعلانی اوراق قرضه ۹۳۵ دلار است.) ما فرض می کنیم نرخ های بهره بدون ریسک سه ماهه و نه ماهه به ترتیب سالیانه ۹٪ و ۹/۵٪ می باشد. از این رو ارزش فعلی پرداخت های کوپن عبارت است از:

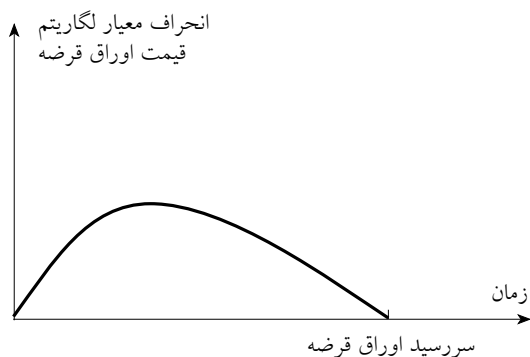
$$50e^{-0.09 \times 0.25} + 50e^{-0.095 \times 0.75} = 95/45$$

قیمت پیمان آتی اوراق قرضه با استفاده از رابطه (۵-۱۸) برابر است با:

$$F_t = (960 - 95/45)e^{0.1 \times \frac{1}{12}} = 939/68$$

(الف) اگر قیمت توافقی، قیمت نقدی باشد که می باید در هنگام اعمال اختیار معامله بابت اوراق قرضه پرداخته شود، پارامترهای رابطه (۱-۱۸) به شرح ذیل خواهند بود:

شکل ۱-۱۸: نحوه تغییر انحراف معیار لگاریتم تغییرات قیمت اوراق قرضه در طول زمان



معادل ۹/۴۹ دلار خواهد بود. $F_t = ۹۳۹/۶۸$, $K = ۱,۰۰۰$, $r = ۰/۱$, $\sigma = ۰/۰۹$ و $T = ۰/۸۳۳۳$ و قیمت اختیار خرید

(ب) اگر قیمت توافقی، قیمت گزارش شده‌ای باشد که هنگام اعمال اختیار معامله بابت اوراق قرضه باید پرداخته شود، در این صورت باید بهره معوقه یک ماهه به قیمت K افزوده شود. چون که سررسید اختیار معامله یک ماه پس از تاریخ پرداخت یک کوپن است در نتیجه ارزش K برابر است با:

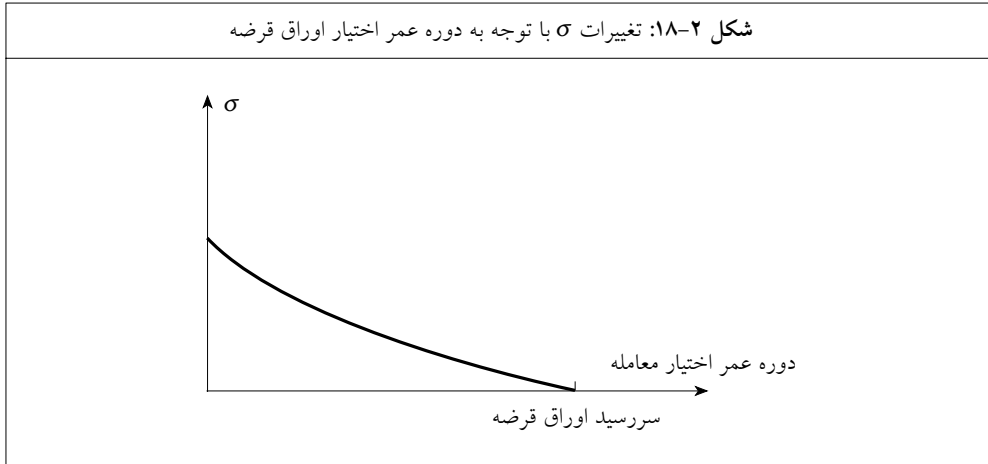
$$۱,۰۰۰ + ۵۰ \times ۰/۱۶۶۶۷ = ۱۰۰۸/۳۳$$

مقادیر سایر متغیرها در رابطه (۱-۱۸) بدون تغییر می‌مانند. در نتیجه قیمت اختیار معامله معادل ۷/۹۷ دلار تعیین می‌شود.

نوسان‌پذیری استفاده شده در مدل بلک برای ارزش‌گذاری اختیار معامله اوراق قرضه هم بستگی به عمر قرارداد اختیار معامله و هم بستگی به عمر اوراق قرضه پایه آن دارد. نمودار (۱-۱۸) نحوه تغییر انحراف معیار لگاریتم تغییرات قیمت اوراق قرضه در طول زمان را نشان می‌دهد. مقدار این انحراف معیار برای امروز صفر است. چون که ما امروز در مورد قیمت اوراق قرضه با عدم اطمینان روبرو نیستیم. همچنین مقدار این انحراف معیار در زمان سررسید اوراق قرضه نیز صفر است. چون که می‌دانیم در زمان سررسید قیمت اوراق قرضه معادل ارزش اسمی آن خواهد بود. بین این دو فاصله زمانی (امروز تا سررسید) انحراف معیار ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. مقدار نوسان‌پذیری (σ) که جهت ارزیابی اختیار اروپایی صادره بر اوراق قرضه باید در مدل بلک مورد محاسبه قرار گیرد، به شرح ذیل محاسبه می‌گردد:

$$\text{انحراف معیار لگاریتم قیمت اوراق قرضه در زمان سررسید اختیار معامله} \\ \text{جذر زمان باقیمانده تا سررسید اختیار معامله}$$

نمودار (۲-۱۸) یک الگو برای σ به صورت تابعی از عمر قرارداد اختیار معامله نشان می‌دهد. به طور کلی با افزایش عمر اختیار معامله، مقدار σ کاهش می‌یابد. همچنین هنگامی که عمر قرارداد اختیار معامله ثابت انگاشته می‌شود σ به صورت یک تابع افزایش از عمر اوراق قرضه پایه آن عمل می‌کند.

شکل ۲-۱۸: تغییرات σ با توجه به دوره عمر اختیار اوراق قرضه

نوسان‌پذیری بازده (عایدی)

نوسان‌پذیری‌هایی که در مورد اختیارات اوراق قرضه اعلان می‌شود، به جای نوسان‌پذیری‌های قیمت، اغلب شامل «نوسان‌پذیری‌های بازده (عایدی)»^(۱) است. بازار با استفاده از مفهوم «دیرش» که در فصل پنجم معرفی کردیم، می‌تواند نوسان‌پذیری بازده گزارش شده را به نوسان‌پذیری قیمت تبدیل نماید. فرض کنید D «دیرش تعدیل یافته» اوراق قرضه پایه اختیار معامله در زمان سررسید قرارداد اختیار معامله باشد. رابطه بین تغییرات قیمت پیمان آتی اوراق قرضه F و بازده پیمان آتی آن y_F ، در زمان سررسید قرارداد اختیار معامله عبارت است از:

$$\frac{\delta F}{F} \approx -D \delta y_F$$

یا

$$\frac{\delta F}{F} \approx -D y_F \frac{\delta y_F}{y_F}$$

از آنجا که نوسان‌پذیری وسیله‌ای برای سنجش میزان انحراف معیار درصد تغییرات ارزش یک متغیر می‌باشد. بنابراین رابطه مزبور بیان می‌کند که نوسان‌پذیری قیمت پیمان آتی اوراق قرضه یعنی σ بکار برده شده در مدل بلک را می‌توان به طور تقریبی با نوسان‌پذیری بازده پیمان آتی اوراق قرضه σ_y ، مرتبط ساخت.

۱) Yield volatilities

$$\sigma = D_y \cdot \sigma_y \quad \text{رابطه (۶-۱۸)}$$

که در آن y ارزش اولیه y_F می‌باشد. هنگامی که میزان نوسان‌پذیری بازده یک اختیار اوراق قرضه اعلام می‌شود، فرض بر آن است که معمولاً این نوسان‌پذیری با استفاده از رابطه (۶-۱۸) به نوسان‌پذیری قیمت تبدیل می‌شود و سپس با کاربرد آن در روابط (۱-۱۸) و (۲-۱۸) قیمت بدست می‌آید. فرض کنید اوراق قرضه تحت یک قرارداد اختیار خرید، در زمان سررسید اختیار معامله دارای «دیرش تعدیل یافته» پنج ساله خواهد بود. بازده پیمان آتی ۸٪ و نوسان‌پذیری بازده پیمان آتی ۲۰٪ توسط کارگزار اعلام شده است. این مطلب بدان معنی است که قیمت بازار اختیار معامله طبق گزارش کارگزار قیمتی است که از رابطه (۱-۱۸) بدست آمده است که متغیر نوسان‌پذیری σ برابر است با:

$$5 \times 0.08 \times 0.2 = 0.08$$

می‌توان با استفاده از نرم‌افزار DerivaGem، اختیار معاملات اروپایی اوراق قرضه را قیمت‌گذاری نمود. چنانچه مدل قیمت‌گذاری را مدل بلک بگیرییم، بایستی نوسان‌پذیری بازده را به روشی که توضیح داده شده پس از تنظیم به عنوان ورودی وارد سیستم نمود. قیمت توافقی می‌تواند قیمت توافقی نقدی یا اعلان شده باشد.

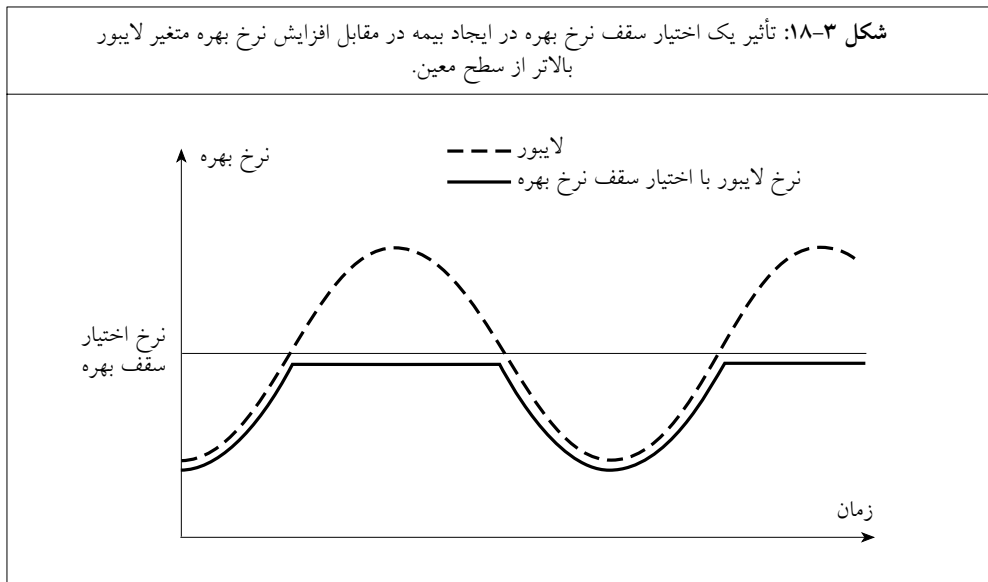
مثال

یک قرارداد اختیار فروش اروپایی صادره بر اوراق قرضه ده ساله با مبلغ اسمی ۱۰۰ در نظر بگیرید. نرخ کوپن ۸٪ در سال و هر شش ماه قابل پرداخت است. عمر قرارداد اختیار معامله ۲/۲۵ سال و قیمت توافقی اختیار معامله ۱۱۵ می‌باشد. نوسان‌پذیری بازده پیمان آتی ۲۰٪ است. منحنی صفر با نرخ ۵٪ به صورت پیوسته مرکب است. نرم‌افزار DerivaGem قیمت گزارش شده اوراق را ۱۲۲/۰۵۵ نشان می‌دهد. هنگامی که قیمت توافقی، قیمت گزارش شده باشد، قیمت اختیار معامله ۲/۶۱۳ می‌باشد. چنانچه قیمت توافقی، قیمت نقدی باشد، قیمت اختیار معامله ۱/۹۳۸ دلار می‌باشد. (توجه داشته باشید که قیمت‌های محاسبه شده به صورت دستی ممکن است دقیقاً با قیمت‌های محاسبه شده در نرم‌افزار DerivaGem برابر نباشد، چون که نرم‌افزار هر سال را ۳۶۵ روز فرض می‌کند و زمان‌ها را گرد می‌کند.)

۱۸-۵) اختیار معامله سقف نرخ بهره

یکی از متداول‌ترین اختیارات نرخ بهره که توسط مؤسسات مالی در بازار خارج از بورس ارائه می‌شود. یک «اختیار معامله سقف نرخ بهره»^(۱) می‌باشد. به منظور درک بهتر یک قرارداد اختیار معامله سقف نرخ بهره، اسناد خزانه با نرخ متغیر را در نظر بگیرید که در هر دوره با توجه به نرخ لایبور تعدیل و تنظیم می‌شود. زمان بین هر تعدیل و تنظیم را «tenor» می‌گویند. فرض نمایید این دوره زمانی سه ماه باشد. نرخ بهره اسناد خزانه برای سه ماهه اول، اولین نرخ لایبور سه ماهه می‌باشد. نرخ بهره برای سه ماه بعد معادل نرخ لایبور سه ماهه ماقبل رایج در بازار در طول سه ماه می‌باشد و قس علی هذا.

در واقع یک اختیار سقف نرخ بهره به منظور بیمه نمودن در مقابل افزایش نرخ بهره متغیر اسناد خزانه بالاتر از سطح معین، طراحی شده است. این سطح معین را «نرخ سقف»^(۲) می‌نامیم. کارکرد اختیار سقف نرخ بهره در نمودار (۱۸-۳) نشان داده شده است. با فرض اینکه اصل مبلغ ۱۰ میلیون دلار باشد و عمر اختیار مزبور پنج ساله و نرخ



۱) Interest Rate Cap

۲) Cap Rate

آن ۰/۸٪ باشد. (چونکه tenor این ابزار مالی سه ماهه است لذا اختیار سقف نرخ بهره به صورت مرکب فصلی محاسبه می‌شود.) فرض کنید که در تکرار تاریخ بعدی، نرخ بهره لایبور ۰/۹٪ باشد. در این صورت لازم خواهد بود که اسناد خزانه با نرخ بهره متغیر سه ماه بعد بهره‌ای معادل:

$$0/25 \times 0/09 \times 10,000,000 = 225,000$$

پیردازد. با فرض نرخ بهره لایبور ۰/۸٪ پرداخت بهره باید به شرح ذیل باشد.

$$0/25 \times 0/08 \times 10,000,000 = 200,000$$

بنابراین اختیار سقف بهره، بازدهی معادل ۲۵,۰۰۰ دلار (۲۲۵,۰۰۰ - ۲۰۰,۰۰۰) ایجاد می‌کند. توجه داشته باشید که بازدهی سه ماه بعد ایجاد می‌شود. یعنی بین یک نرخ بهره‌ای که مشاهده شده است و پرداخت‌های الزامی با توجه به آن یک فاصله زمانی تأخیر وجود دارد.

هنگامی که یک شرکت، وامی با نرخ بهره متغیر دریافت می‌کند، به طوری که نرخ بهره به صورت لایبور محاسبه می‌شود، نقش یک اختیار سقف نرخ بهره، محدود کردن میزان بهره پرداختی خواهد بود. برای مثال اگر نرخ بهره متغیر وامی به صورت لایبور بعلاوه ۳۰ bp و مدت قرارداد وام پنج ساله باشد، قرارداد اختیار سقف نرخ بهره که در بالا مورد ملاحظه قرار دادیم، تضمین می‌کند که نرخ بهره پرداختی بیشتر از ۰/۸۳٪ نخواهد بود. در هر تاریخ بررسی و تنظیم مجدد در طول عمر قرارداد اختیار سقف نرخ بهره، نرخ لایبور را مورد توجه قرار می‌دهیم.

چنانچه نرخ لایبور کمتر از ۰/۸٪ باشد، در طی سه ماه آتی، این قرارداد بازدهی برای ما نخواهد داشت. اما چنانچه نرخ لایبور بیشتر از ۰/۸٪ باشد. بازده قرارداد اختیار سقف نرخ بهره برابر با حاصل ضرب $\frac{1}{4}$ مازاد نرخ لایبور به ۰/۸٪ در اصل مبلغ وام (۱۰ میلیون دلار) خواهد بود. توجه نمایید که معمولاً قراردادهای اختیار سقف نرخ بهره تعریف شده هستند. بنابراین حتی اگر اولین نرخ لایبور بیشتر از نرخ قرارداد اختیار سقف نرخ بهره باشد، در اولین تاریخ تعدیل مجدد، این قرارداد بازدهی نخواهد داشت. در مثال ما عمر قرارداد اختیار سقف نرخ بهره پنج ساله می‌باشد. بنابراین در مجموع ۱۹ بار (در زمان‌های ۰/۲۵، ۰/۵، ۰/۷۵، ...، ۴/۷۵ سال) دست به تعدیل و تنظیم مجدد می‌زنیم و در نتیجه

جدول ۱-۱۸: استفاده از نرخ بهره سقف

میز معاملاتی معامله‌گر

شرکتی وارد توافقنامه دریافت وام ۱۰ میلیون دلاری پنج ساله با نرخ بهره متغیر شده است. این شرکت در مورد احتمال افزایش نرخ‌های بهره نگران است. نرخ بهره وام معادل نرخ لایبور سه ماهه به علاوه ۳۰bp است. شرکت تمایل دارد تا در مقابل افزایش نرخ بهره بالاتر از ۸/۳٪ در سال در هر یک از ۱۹ تاریخ باقیمانده خود را بیمه نماید.

راهبرد

شرکت از نهاد مالی یک سقف نرخ بهره پنج ساله با نرخ سقف سالانه ۸٪ و مبلغ اسمی ۱۰ میلیون دلار خریداری می‌نماید. سقف نرخ بهره، فرد را در مقابل افزایش نرخ لایبور سه ماهه بالاتر از ۸٪ در سال در هر تاریخی محافظت می‌نماید. نهاد مالی تفاوت بین نرخ لایبور سه ماهه و ۸٪ در سال خواهد پرداخت. در واقع می‌توان سقف نرخ بهره را به عنوان بدروهی از ۱۹ اختیار خرید صادره بر نرخ لایبور سه‌ماهه دانست.

انتظار می‌رود ۱۹ بازدهی بالقوه از قرارداد مزبور (در زمان‌های ۰/۷۵، ۰/۵، ۰، ...، ۱، ۵ سال) کسب نماییم. این مثال در جدول (۱-۱۸) تلخیص شده است.

قرارداد اختیار سقف نرخ بهره به مثابه مجموعه‌ای از اختیارات نرخ بهره

یک قرارداد اختیار سقف نرخ بهره با اصل مبلغ وام معادل L و نرخ قرارداد اختیار سقف نرخ بهره R_k را در نظر بگیرید. زمان تاریخ‌های تنظیم و تعدیل مجدد را به صورت t_1, t_2, \dots, t_n و همچنین زمان‌های تاریخ پرداخت متناظر آنها را به صورت t_1, t_2, \dots, t_{n+1} فرض کنید. R_k را به عنوان نرخ بهره برای دوره‌ی مابین زمان t_k و t_{k+1} تعریف می‌کنیم که در زمان $(1 \leq k \leq n)$ مشخص شده است، به طوری که قرارداد اختیار سقف نرخ بهره در زمان t_{k+1} دارای بازدهی به شرح ذیل خواهد بود:

$$L\delta_k \max(R_k - R_X, 0) \quad (18-7)$$

که در رابطه مزبور، $\delta_k = t_{k+1} - t_k$ می‌باشد.

رابطه (۱۸-۷) در واقع یک اختیار خرید صادره بر نرخ لایبور مشاهده شده در زمان t_k است که بازدهی آن در زمان t_{k+1} به وقوع می‌پیوندد. قرارداد اختیار سقف نرخ بهره یک بدروه یا مجموعه‌ای از n قرارداد اختیار خرید فوق‌الذکر می‌باشد. هر یک از این اختیارات خرید را اصطلاحاً caplet می‌گوییم. به عبارت دیگر اتخاذ یک موضع معاملاتی خرید در اختیار خرید نرخ بهره می‌باشد که این اختیار در صورتی دارای بازدهی خواهد

بود که نرخ‌های بهره در زمان سررسید قرارداد بیشتر از نرخ توافقی R_X باشد. که اصطلاحاً بدان «caplet» می‌گوییم. در بخش بعدی خواهیم گفت دارنده یک موضع معاملاتی خرید اختیار فروش در صورتی اختیار را به اجرا می‌گذارد که نرخ بهره در سررسید کمتر از قیمت توافق شده R_X باشد. این اختیار فروش را در اصطلاح «Floorlet» گویند.

توافقی‌نامه کف - سقف^(۱)

قرارداد اختیار کف نرخ بهره و قرارداد اختیار تلفیقی کف - سقف نرخ بهره را اصطلاحاً توافق‌نامه کف - سقف نیز می‌گویند. این قرارداد را می‌توان مثل قرارداد اختیار سقف تعریف کرد. یک قرارداد تلفیقی کف - سقف نرخ بهره^(۲) هنگامی بازدهی ایجاد می‌کند که نرخ بهره اسناد خزانه دارایی به زیر نرخ بهره تعیین شده برسد. با توجه به علایمی که قبلاً تعریف کردیم، یک قرارداد اختیار تلفیقی کف نرخ بهره در زمان t_{k+1} ($k = 1, 2, \dots, n$) بازدهی به شرح ذیل ایجاد می‌نماید.

$$L\delta_k \max (R_X - R_k, 0)$$

مشابه قرارداد اختیار سقف نرخ بهره، قرارداد اختیار کف نرخ بهره نیز مجموعه‌ای از قراردادهای اختیار فروش صادره بر نرخ‌های بهره می‌باشد. هریک از اختیار معامله‌هایی که در کل قرارداد اختیار کف نرخ بهره را تشکیل می‌دهند، اصطلاحاً floorlet گویند. یک قرارداد اختیار تلفیقی کف - سقف نرخ بهره یک ابزار مالی است که بدین منظور طراحی شده است تا تضمین کند که نرخ بهره دارایی اسناد خزانه با نرخ متغیر، همواره بین دو سطح نرخ بهره مشخص خواهد بود. یک قرارداد تلفیقی کف - سقف نرخ بهره ترکیبی از یک موقعیت خرید در یک قرارداد سقف نرخ بهره و یک موقعیت فروش در یک قرارداد کف نرخ بهره می‌باشد. معمولاً این قرارداد ساختار یافته است، به همین جهت قیمت قرارداد سقف نرخ بهره در ابتدا معادل قیمت قرارداد کف نرخ بهره می‌باشد. بنابراین هزینه ورود در یک قرارداد تلفیقی کف - سقف نرخ بهره صفر می‌باشد.

یک رابطه برابری قیمت اختیار فروش و اختیار خرید بین قیمت‌های قرارداد اختیار

۱) Floors and Collars

۲) Floor

سقف نرخ بهره و قرارداد اختیار کف نرخ بهره به شرح ذیل وجود دارد:

ارزش قرارداد سوآپ + قیمت اختیار کف نرخ بهره = قیمت اختیار سقف نرخ بهره

در این رابطه، قرارداد اختیار سقف نرخ بهره و قرارداد اختیار کف نرخ بهره دارای قیمت توافقی R_X یکسانی هستند. قرارداد سوآپ، توافقنامه‌ای مبتنی بر دریافت متغیر و پرداخت ثابت R_X می‌باشد که هزینه‌ای بابت پرداخت‌ها در اولین تاریخ تنظیم و تحویل مجدد تعلق نمی‌گیرد. هر سه ابزار مالی عمر یکسانی داشته و تعداد دفعات پرداخت‌ها نیز یکسان می‌باشد. درستی این نتیجه را می‌توان به این صورت نیز نشان داد: یک موقعیت خرید در قرارداد اختیار سقف نرخ بهره در تلفیق با یک موقعیت فروش در قرارداد اختیار کف نرخ بهره جریانات نقدی یکسانی با جریانات نقدی سوآپ فراهم می‌آورد.

ارزش‌گذاری قرارداد اختیار کف و قرارداد اختیار سقف

همانطور که در رابطه (۷-۱۸) قابل مشاهده است، «قرارداد اختیار سقف نرخ بهره Caplet» متناظر با نرخ مشاهده شده در زمان t_k بازدهی به شرح ذیل در زمان t_{k+1} ارائه می‌دهد.

$$L\delta_k \max (R_k - R_X, 0)$$

اگر فرض کنیم R_k با نوسان‌پذیری σ_k به صورت تابع لگاریتم نرمال باشد، رابطه (۳-۱۸) ارزش این caplet را به صورت زیر محاسبه می‌نماید.

$$L\delta_k e^{-r_{k+1}t_{k+1}} [F_k N(d_1) - R_X N(d_2)] \quad \text{رابطه (۸-۱۸)}$$

که در آن r_{k+1} به صورت نرخ بهره مرکب پیوسته برای سررسید t_{k+1} محاسبه شده است.

$$d_1 = \frac{\ln(F_k/R_X) + \sigma_k^2 t_k / \gamma}{\sigma_k \sqrt{t_k}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F_k/R_X) - \sigma_k^2 t_k / \gamma}{\sigma_k \sqrt{t_k}} = d_1 - \sigma_k \sqrt{t_k}$$

و F_k نرخ سقف برای دوره زمانی ما بین t_k و t_{k+1} می‌باشد. ارزش یک قرارداد اختیار کف نرخ بهره floorlet متناظر آن با استفاده از رابطه (۴-۱۸) برابر است با:

$$\text{رابطه (۹-۱۸)} \quad L\delta_k e^{-r_{k+1}t_{k+1}} [R_X N(-d_2) - F_k N(-d_1)]$$

توجه داشته باشید که R_X و F_k به صورت نرخ بهره گسسته و با توجه به تعداد دفعات تعدیل و تنظیم مجدد در این روابط محاسبه شده است.

مثال

قراردادی را در نظر بگیرید که بیشینه نرخ بهره روی ۱۰,۰۰۰ دلار وام را در نرخ سالیانه ۸٪ (به صورت بهره مرکب فصلی) را برای سه ماه با شروع در یک سال تثبیت می کند. در واقع این یک caplet اختیار سقف نرخ بهره است و می تواند بخشی از یک قرارداد اختیار سقف نرخ بهره باشد. فرض کنید منحنی صفر در نرخ ۷٪ در سال با نرخ بهره مرکب فصلی است و نوسان پذیری یک ساله برای نرخ سه ماهه شامل caplet در سال ۲۰٪ می باشد. نرخ صفر به صورت بهره مرکب پیوسته برای کلیه سرسیدها معادل ۶/۹۳۹۴٪ می باشد. در رابطه (۸-۱۸) داریم: $R_X = 0/08$, $L = 10,000$, $\delta_k = 0/25$, $F_k = 0/07$, $t_{k+1} = 1/25$ و $t_k = 1/0$, $\delta_k = 0/20$, $r_{k+1} = 0/069394$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{0/07}{0/08}\right) + 0/2^2 \times \frac{1}{2}}{0/2 \times 1} = -0/5677$$

$$d_2 = d_1 - 0/25 = -0/7677$$

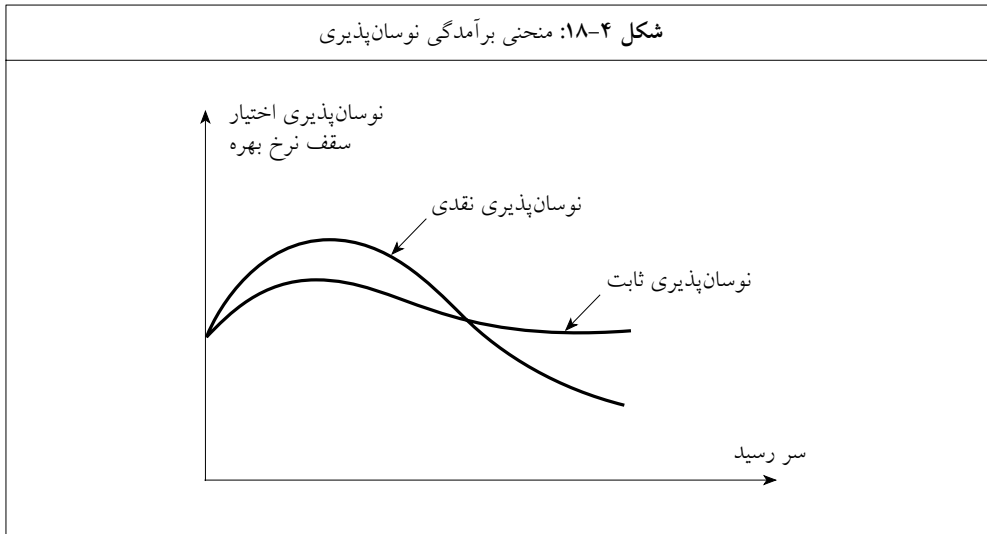
بنابراین قیمت اختیار سقف نرخ بهره caplet برابر است با:

دلار $0/25 \times 10,000 \times e^{-0/069394 \times 1/25} [0/07 N(-0/5677) - 0/08 N(-0/7677)] = 5/162$
 (توجه داشته باشید که نرم افزار DerivaGem جواب بالا را معادل ۵/۱۴۶ دلار محاسبه می کند. دلیل آن این است که تعداد روزهای سال را ۳۶۵ روز منظور می کند.)

هر «اختیار سقف نرخ بهره caplet» از یک قرارداد اختیار سقف نرخ بهره به طور جداگانه و با استفاده از رابطه (۸-۱۸) ارزش گذاری می گردد. یک روش این است که برای هر اختیار سقف بهره از نوسان پذیری متفاوتی استفاده کنیم. در این صورت از نوسان پذیری ها به عنوان «نوسان پذیری های نقدی»^(۱) یاد می شود. یک روش دیگر آن است که برای کلیه اختیار سقف بهره caplet تشکیل دهنده یک قرارداد اختیار سقف

۱) Stop volatilities

شکل ۴-۱۸: منحنی برآمدگی نوسان‌پذیری



نرخ بهره از نوسان‌پذیری یکسانی استفاده کنیم. لیکن میزان این نوسان‌پذیری با توجه به عمر قرارداد اختیار سقف نرخ بهره تغییر کند. در این صورت نوسان‌پذیری‌های استفاده شده را با عنوان «نوسان‌پذیری‌های ثابت»^(۱) یاد می‌کنند. نوسان‌پذیری‌هایی که معمولاً در بازار گزارش می‌شوند، معمولاً از نوع نوسان‌پذیری‌های اخیر می‌باشند. با این حال اکثر معامله‌گران ترجیح می‌دهند که با میزان نوسان‌پذیری‌های نقدی کار کنند، چون که در این صورت می‌توانند اختیار سقف بهره caplet و اختیار کف-سقف بهره‌های گران (بالای قیمت) و ارزان (زیر قیمت) را شناسایی و مشخص سازند. قراردادهای اختیار معامله صادره بر قرارداد آتی دلار-اروپایی که در بورس تجاری شیکاگو (CME) داد و ستد می‌شوند مشابه «اختیار سقف بهره caplet» می‌باشند. نوسان‌پذیری‌های نقدی ضمنی caplet های صادره بر نرخ لایبور سه ماهه اغلب با نوسان‌پذیری‌های محاسبه شده با استفاده از قیمت‌های اختیارات آتی دلار اروپایی تطبیق داده می‌شوند.

نمودار (۴-۱۸) یک الگوی نمونه از نوسان‌پذیری‌های نقدی و نوسان‌پذیری‌های ثابت به صورت تابعی از سررسید را نشان می‌دهد. در مورد نوسان‌پذیری نقدی، سررسید برابر با سررسید caplet است. (در مورد نوسان‌پذیری ثابت سررسید آن، سررسید یک

۱) Flat Volatilities

قرارداد اختیار سقف نرخ بهره است.) نوسان‌پذیری‌های ثابت، به صورت میانگین تجمعی نوسان‌پذیری‌های نقدی است. به همین جهت میزان تغییرپذیری آنها کمتر است. همانطور که در نمودار (۴-۱۸) نشان داده شده است. معمولاً یک برآمدگی یا «hump» در رأس تقریباً دو تا سه سال می‌بینیم. این «برآمدگی» هم در نوسان‌پذیری‌هایی ضمنی که با استفاده از قیمت‌های اختیارات بدست می‌آید و هم نوسان‌پذیری‌هایی که با استفاده از داده‌های تاریخی محاسبه می‌شود، قابل مشاهده است. یک توضیح منطقی در این مورد می‌تواند بدین صورت باشد: نرخ‌های منحنی صفر در دوره‌های کوتاه مدت توسط بانک‌های مرکزی کنترل می‌شود. در مقابل، نرخ‌های بهره دو و سه ساله با توجه به فعالیت معامله‌گران تا بیشترین حد، تعیین می‌شود. این معامله‌گران ممکن است در مقابل تغییرات مشاهده شده در نرخ‌های کوتاه مدت بیش از حد لزوم واکنش نشان دهند و در نتیجه نوسان‌پذیری این نرخ‌ها بیشتر از نوسان‌پذیری کوتاه مدت معمول باشد. برای سررسیدهای کمتر از دو تا سه سال «بازگشت به میانگین» نرخ‌های بهره که در ادامه این فصل مورد بحث قرار خواهد گرفت، باعث می‌شود تا میزان نوسان‌پذیری‌ها کاهش یابد. کارگزاران جداول نواسان‌پذیری‌های ضمنی برای قراردادهای اختیار سقف بهره و قراردادهای اختیار سقف - کف نرخ بهره تهیه می‌کنند. ابزارهای مالی پایه این نوسان‌پذیری‌های اعلامی، معمولاً در نقطه سودآوری قرار دارند. این مطلب بدین معنی است که نرخ اختیار سقف نرخ بهره و نرخ اختیار کف - سقف نرخ بهره معادل نرخ

جدول ۲-۱۸: نرخ‌های اعلانی سقف و کف نرخ بهره یک کارگزار برای دلار آمریکا (درصد در سال)

دوره عمر	نرخ پیشنهادی خرید سقف نرخ بهره	نرخ پیشنهادی فروش سقف نرخ بهره	نرخ پیشنهادی خرید کف نرخ بهره	نرخ پیشنهادی فروش کف نرخ بهره
یک ساله	۱۸/۰۰	۲۰/۰۰	۱۸/۰۰	۲۰/۰۰
دو ساله	۲۳/۲۵	۲۴/۲۵	۲۳/۷۵	۲۴/۷۵
سه ساله	۲۴/۰۰	۲۵/۰۰	۲۴/۵۰	۲۵/۵۰
چهار ساله	۲۳/۷۵	۲۴/۷۵	۲۴/۲۵	۲۵/۲۵
پنج ساله	۲۳/۵۰	۲۴/۵۰	۲۴/۰۰	۲۵/۰۰
هفت ساله	۲۱/۷۵	۲۲/۷۵	۲۲/۰۰	۲۳/۰۰
ده ساله	۲۰/۰۰	۲۱/۰۰	۲۰/۲۵	۲۱/۲۵

سوآپ برای سوآپی است که دارای تاریخ‌های پرداخت همسان با تاریخ‌های قرارداد اختیار سقف نرخ بهره می‌باشد. جدول (۲-۱۸) یک نمونه از گزارش نوسان‌پذیری بازار دلار آمریکایی توسط یک کارگزار را نشان می‌دهد. Tenor قرارداد سقف نرخ بهره، سه ماه بوده و عمر قرارداد اختیار سقف نرخ بهره از یک سال تا ده سال در نوسان می‌باشد. نوسان‌پذیری‌های اعلان شده هم از نوع نوسان‌پذیری‌های هموار یا ثابت اختیار هستند.

۶-۱۸) اختیارات اروپایی سوآپ

اختیارات سوآپ یا سوآپ‌شن عبارت است از اختیار معامله صادره بر سوآپ‌های نرخ بهره که نوع دیگری از متداول‌ترین اختیارات نرخ بهره می‌باشد. سوآپ‌شن به دارنده آن، حق ورود در یک سوآپ نرخ بهره مشخص شده در یک زمان معین در آینده را ارائه می‌دهد. (دارنده سوآپ‌شن مجبور به اعمال حق اختیار نیست.) اکثر مؤسسات مالی بزرگ در کنار ارائه قراردادهای سوآپ نرخ بهره به شرکت‌های مشتری، آمادگی خرید یا فروش سوآپ‌شن را نیز دارند.

برای اینکه ساز و کار و عملکرد یک سوآپ‌شن را نشان دهیم، مثال زیر را در نظر می‌گیریم. فرض کنید شرکتی می‌داند که در شش ماه آتی، یک وام پنج ساله با نرخ بهره متغیر دریافت خواهد نمود و می‌خواهد پرداخت‌های با نرخ بهره متغیر را با پرداخت‌های ثابت معاوضه نماید و به اصطلاح وام متغیر را تبدیل به وام ثابت نماید. این شرکت می‌خواهد تضمین کند که نرخ بهره ثابتی در مقابل نرخ لایبور در سوآپ هیچگاه بیشتر از مثلاً ۰.۶٪ نخواهد شد. معامله‌گر اقدام به خرید یک سوآپ‌شن می‌نماید که این سوآپ‌شن این اختیار (و نه اجبار) را به دارنده آن فراهم می‌آورد تا در یک قرارداد سوآپی وارد شود که نرخ لایبور دریافت شده و با نرخ ۰.۶٪ به مدت پنج سال با شروع از شش ماه بعد پرداخت خواهد کرد. اگر نرخ بهره ثابت در یک سوآپ پنج‌ساله معمولی بعد از شش ماهه، بیشتر از ۰.۶٪ سالیانه شود، شرکت سوآپ‌شن را اعمال خواهد نمود و به یک قرارداد سوآپ مطلوبی دست خواهد یافت که شرایط آن بهتر از سوآپ‌های موجود در بازار است. در غیر این صورت یعنی اگر نرخ بهره ثابت در یک سوآپ پنج‌ساله معمولی بعد از مدت شش ماهه، کمتر از ۰.۶٪ باشد، دارنده سوآپ‌شن، آن را اعمال نخواهد کرد و از سوآپ‌های معمولی و موجود در بازار استفاده خواهد نمود. این مثال در جدول (۳-۱۸) خلاصه

جدول ۳-۱۸: استفاده از سوآپشن

میز معاملاتی معامله گر

شرکتی می‌داند که قرار است وارد توافقنامه دریافت وام پنج ساله با نرخ بهره متغیر در شش ماه آینده بشود و می‌خواهد تا پرداخت‌های با نرخ متغیر را با پرداخت‌های بهره ثابت معاوضه نماید این شرکت متمایل است که مطمئن شود که نرخ‌های مبادله ثابت با نرخ لایبور در قرارداد سوآپ بیشتر از ۶٪ نشود.

راهبرد

شرکت اقدام به خرید یک سوآپشن می‌نماید. این قرارداد برای شرکت این حق (و نه تعهد) را ایجاد می‌کند که هنگامی وارد سوآپ شود که نرخ لایبور دریافت شده، و ۶٪ برای دوره زمانی پنج ساله - بعد از شش ماه - پرداخت شده باشد. چنانچه نرخ بهره ثابت سوآپ پنج ساله در شش ماه بعد، بیشتر از ۶٪ سالانه بشود، شرکت سوآپشن را اجرا می‌کند در غیر این صورت، این شرکت قرارداد سوآپی را انتخاب می‌کند که منعکس کننده نرخ‌های بهره بازار باشد.

شده است.

همانطور که در مبحث بالا ملاحظه کردید، سوآپشن‌ها این امکان را برای شرکت‌هایی که به دنبال دریافت وام در آینده هستند، فراهم می‌آورند تا خود را در مقابل افزایش نرخ بهره مصون نمایند. سوآپشن‌ها همچنین برای سوآپ‌های پیمان آتی نیز بکار می‌رود. سوآپ‌های پیمان آتی نیازی به پرداخت هزینه اولیه ندارند. در عوض عیب عمده آنها این است که شرکت را مجبور به ورود در یک قرارداد سوآپ می‌نمایند. با استفاده از یک سوآپشن شرکت‌ها می‌توانند، از حرکات و تغییرات مطلوب نرخ بهره، بهره جویند و در مقابل تغییرات نامطلوب نرخ بهره خود را مصون نمایند. تفاوت بین یک سوآپشن و یک سوآپ پیمان آتی مشابه تفاوت بین یک اختیار معامله صادره بر ارزش خارجی و پیمان آتی صادره بر ارزش خارجی است.

اختیار معاملات اوراق قرضه

همانطور که در فصل ششم گفتیم، یک سوآپ نرخ بهره را می‌توان به مثابه یک قرارداد معاوضه اوراق قرضه با کوپن ثابت در مقابل اوراق قرضه با نرخ بهره متغیر در نظر گرفت. در ابتدای انعقاد قرارداد سوآپ، ارزش اوراق قرضه با نرخ متغیر همواره معادل اصل مبلغ سوآپ می‌باشد. بنابراین یک سوآپشن را می‌توان به مثابه یک قرارداد اختیار معامله‌ای دانست که اوراق قرضه با نرخ بهره ثابت برای اصل مبلغ سوآپ معاوضه می‌نماید. اگر

سوآپشن به دارنده آن، این اختیار را بدهد که با نرخ ثابت بپردازد و با نرخ متغیر دریافت نماید: در واقع همچون اختیار فروشی صادره بر اوراق قرضه نرخ بهره ثابت با قیمت توافقی معادل اصل مبلغ است. اگر سوآپشن به دارنده آن حق پرداخت متغیر و دریافت ثابت را بدهد، در واقع به مثابه یک اختیار خرید صادره بر اوراق با نرخ ثابت و با قیمت توافقی معادل با اصل مبلغ می‌باشد.

ارزش‌گذاری سوآپشن‌های اروپایی

همانطور که می‌دانید «نرخ سوآپ» برای یک سررسید معین در زمان مشخص عبارت است از نرخ ثابتی که می‌باید با نرخ لایبور در سوآپ جدیدی با همان سررسید معاوضه شود. در مدل ارزش‌گذاری یک اختیار معامله اروپایی صادره بر یک سوآپ فرض بر این است که لگاریتم نرخ سوآپ مرتبط در سررسید اختیار معامله به صورت نرمال می‌باشد. یک سوآپشن را در نظر بگیرید که با شروع در زمان T به مدت n سال طول می‌کشد. ما فرض می‌کنیم که m پرداخت در سال تحت شرایط سوآپ و با اصل مبلغ L صورت می‌گیرد.

فرض کنید نرخ سوآپ برای یک سوآپ n ساله در زمان سررسید اختیار سوآپ معادل R باشد. (R و R_X به صورت بهره مرکب گسسته و به صورت m بار در سال محاسبه می‌شود.) با مقایسه جریان‌ات نقدی یک سوآپ، هنگامی که نرخ ثابت در آن R است با جریان‌ات نقدی سوآپ هنگامی که نرخ ثابت نرخ ثابت در آن R_X است، مشاهده می‌کنیم که بازده سوآپشن معادل یک سری جریان‌ات نقدی است که برابر است با:

$$\frac{L}{m} \max(R - R_X, 0)$$

جریان‌ات نقدی، m بار در سال و به مدت n سال در طول عمر قرارداد سوآپ دریافت می‌شوند. فرض کنید تاریخ پرداخت‌ها t_1, t_2, \dots, t_{mn} به صورت سال و از زمان امروز محاسبه شده باشند.

$$t_i = T + \frac{i}{m} \quad (\text{تقریباً})$$

هر جریان نقدی، بازدهی حاصل از یک اختیار خرید صادره بر R با قیمت توافقی R_X

می‌باشد. با استفاده از رابطه (۱۸-۳) ارزش جریان نقدی دریافتی در زمان t_i برابر است با:

$$\frac{L}{m} e^{-r_i t_i} [F \cdot N(d_1) - R_X N(d_2)]$$

که در آن:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F}{R_X}\right) + \frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{F}{R_X}\right) - \frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

و F نرخ سوآپ پیمان آتی و r_i نرخ بهره با کوپن صفر به صورت بهره مرکب پیوسته برای سررسید t_i می‌باشد.

ارزش کل سوآپشن برابر است با:

$$\sum_{i=1}^{mn} \frac{L}{m} e^{-r_i t_i} [F \cdot N(d_1) - R_X N(d_2)]$$

اگر A را ارزش قراردادی تعریف کنیم که $\frac{1}{m}$ در زمان t_i ($1 \leq i \leq mn$) می‌پردازد، بنابراین:

$$A = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{mn} e^{-r_i t_i}$$

و ارزش سوآپشن برابر خواهد بود با:

$$LA [F \cdot N(d_1) - R_X N(d_2)] \quad (18-10) \text{ رابطه}$$

اگر سوآپش به دارنده آن حق دریافت یک نرخ ثابت R_X به جای پرداخت آن، را فراهم آورد. بازده سوآپشن به شرح ذیل خواهد بود:

$$\frac{L}{m} \max(R_X - R, 0)$$

در واقع این یک اختیار فروش صادره بر R است. مثل بالا، بازدهی‌ها در زمان t_i ($1 \leq i \leq mn$) دریافت می‌شوند. رابطه (۱۸-۴) ارزش سوآپشن را به شرح ذیل محاسبه می‌کند:

$$LA [R_X N(-d_2) - F \cdot N(-d_1)] \quad (18-11) \text{ رابطه}$$

مثال

فرض کنید منحنی بازده لایبور به صورت نرخ بهره مرکب پیوسته ۶٪ در سال ثابت

می‌باشد. یک قرارداد سوآپشن را در نظر بگیرید که به دارنده آن حق پرداخت با نرخ $۰/۶/۲$ در یک سوآپ سه ساله با شروع در پنج سال بعد ارائه می‌کند. نوسان‌پذیری نرخ سوآپ معادل $۰/۲۰$ ٪ می‌باشد. پرداخت‌ها به صورت سالی دوبار صورت می‌گیرد و اصل مبلغ ۱۰۰ دلار است. لذا داریم:

$$A = \frac{1}{r} (e^{-0.06 \times 5/5} + e^{-0.06 \times 6} + e^{-0.06 \times 6/5} + e^{-0.06 \times 7} + e^{-0.06 \times 7/5} + e^{-0.06 \times 8}) = 2/0.035$$

بهره مرکب پیوسته با نرخ $۰/۶$ ٪ به نرخ مرکب گسسته شش ماهه با نرخ $۰/۶/۰۹$ ٪ تغییر می‌یابد. از این رو داریم: $F_0 = 0/0609$, $R_X = 0/062$, $T = 5$ و $\sigma = 0/2$.

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{0/0609}{0/062}\right) + 0/2^2 \times \frac{5}{2}}{0/2\sqrt{5}} = 0/1836$$

$$d_2 = d_1 - 0/2\sqrt{5} = -0/2636$$

با استفاده از رابطه (۱۰-۱۸) ارزش قرارداد سوآپشن برابر است با:

$$\text{دلار } 100 \times 2/0.035 [0/0609 \times N(0/1836) - 0/062 \times N(-0/2636)] = 2/0.7$$

کارگزاران جداول نوسان‌پذیری‌های ضمنی برای اختیارات اروپایی سوآپ تهیه و تدارک می‌بینند. ابزارهای مالی پایه این گزارش‌ها معمولاً در نقطه بی‌تفاوتی قرار دارند. این نکته بدین معنی است که نرخ سوآپ توافقی معادل نرخ سوآپ پیمان آتی است. جدول (۴-۱۸)

جدول ۴-۱۸: نرخ‌های اعلانی یک کارگزار برای اختیارات اروپایی سوآپ ایالات متحده آمریکا							
انقضا	دوره عمر سوآپ						
	سال ۱	سال ۲	سال ۳	سال ۴	سال ۵	سال ۷	سال ۱۰
یک‌ماهه	۱۷/۷۵	۱۷/۷۵	۱۷/۷۵	۱۷/۵۰	۱۷/۰۰	۱۷/۰۰	۱۶/۰۰
سه‌ماهه	۱۹/۵۰	۱۹/۰۰	۱۹/۰۰	۱۸/۰۰	۱۷/۵۰	۱۷/۰۰	۱۶/۰۰
شش‌ماهه	۲۰/۰۰	۲۰/۰۰	۱۹/۲۵	۱۸/۵۰	۱۸/۷۵	۱۷/۷۵	۱۶/۷۵
یک‌ساله	۲۲/۵۰	۲۱/۷۵	۲۰/۵۰	۲۰/۰۰	۱۹/۵۰	۱۸/۲۵	۱۶/۷۵
دو‌ساله	۲۲/۰۰	۲۲/۰۰	۲۰/۷۵	۱۹/۵۰	۱۹/۷۵	۱۸/۲۵	۱۶/۷۵
سه‌ساله	۲۱/۵۰	۲۱/۰۰	۲۰/۰۰	۱۹/۲۵	۱۹/۰۰	۱۷/۷۵	۱۶/۵۰
چهارساله	۲۰/۷۵	۲۰/۲۵	۱۹/۲۵	۱۸/۵۰	۱۸/۲۵	۱۷/۵۰	۱۶/۰۰
پنج‌ساله	۲۰/۰۰	۱۹/۵۰	۱۸/۵۰	۱۷/۷۵	۱۷/۵۰	۱۷/۰۰	۱۵/۵۰

یک نمونه از این جدول را نشان می‌دهد. Tenor سوآپ‌های پایه، شش ماهه است. عمر اختیار معامله در محور عمودی نشان داده شده است که از یک ماه تا پنج سال تغییر می‌کند. عمر سوآپ پایه در زمان سررسید اختیار معامله در محور افقی‌ها نشان داده شده است که از یک تا ده سال متغیر است. نوسان‌پذیری‌های آخرین ستون چپ، مطابق با ابزار مالی شبیه قراردادهای اختیار سقف نرخ بهره می‌باشد. که همان «برآمدگی» را نشان می‌دهند. هرچه در ستون‌هایی که مطابق با اختیارات سوآپ‌های با طول عمر بالا حرکت می‌کنیم، برآمدگی مشاهده می‌شود، ولی چندان قابل توجه نمی‌باشد.

۷-۱۸) ساختار زمانی مدل‌ها

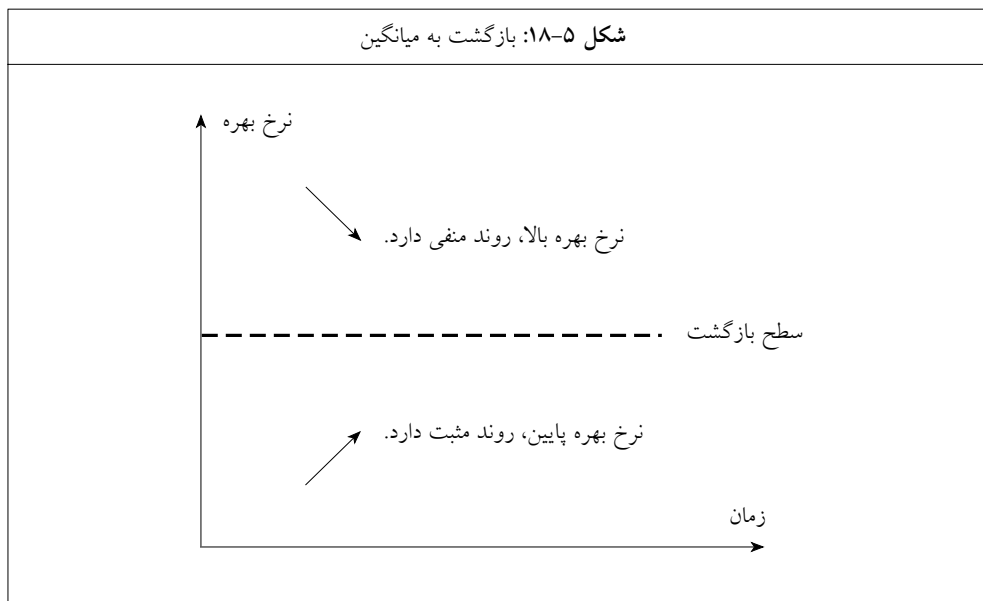
فرض مدل قیمت‌گذاری اختیار اروپایی اوراق قرضه بر این است که قیمت یک اوراق قرضه در دوره‌ای از زمان در آینده دارای توزیع لگاریتم نرمال می‌باشد، مدل قیمت‌گذاری اختیار سقف نرخ بهره فرض می‌کند که لگاریتم نرخ بهره در دوره‌ای از زمان در آینده دارای توزیع لگاریتم است، مدل قیمت‌گذاری سوآپ‌های اروپایی فرض می‌کند که لگاریتم نرخ سوآپ در دوره‌ای از زمان در آینده به صورت توزیع نرمال می‌باشد. این مفروضات با همدیگر سازگار نمی‌باشند. در نتیجه مقایسه قیمت‌های بازار انواع گوناگونی از ابزارهای مالی برای معامله‌گران سخت مشکل می‌شود. یک عیب عمده این مدل‌ها آن است که نمی‌توان این مدل‌ها را برای ارزش‌گذاری سایر ابزارهای مالی به آسانی تعمیم داد.

به عنوان مثال مدل بلک برای قیمت‌گذاری سوآپ‌های اروپایی را نمی‌توان به راحتی برای ارزش‌گذاری سوآپ‌های آمریکایی تعمیم داد. یک ابزار کارآزموده و قوی‌تر برای قیمت‌گذاری اوراق مشتقه نرخ بهره، مدل «ساختار زمانی» است. این مدل احتمالات رفتار ساختار زمانی نرخ‌های بهره را توضیح می‌دهد. این مدل‌ها از مدل‌هایی که برای تشریح حرکات قیمت سهام یا ارز بکار می‌روند، پیچیده‌تر می‌باشند. چون که این مدل‌ها تغییرات در کل منحنی عایدی با کوپن صفر و نه تغییرات در یک متغیر ساده را در نظر می‌گیرند. با گذشت زمان، کلیه نرخ‌های بهره لزوماً به یک مقدار تغییر نمی‌کنند لذا شکل منحنی بازده تغییر می‌یابد. البته توضیح کامل ساختار مدل منحنی بازده خارج از حوصله این کتاب است. لیکن لازم است یکی از ویژگی‌های نرخ بهره که آن را از قیمت سهام یا نرخ ارز و یا در واقع هر دارایی سرمایه‌ای متمایز می‌سازد، اشاره شود. نرخ بهره کوتاه مدت

(مثلاً نرخ سه ماهه) به نظر می‌رسد که یک ویژگی تحت عنوان «بازگشت به میانگین» دارند. یعنی به نظر می‌رسد که این نرخ بهره کوتاه مدت به طرف میانگین نرخ‌های بلند مدت به عقب کشیده می‌شود. هنگامی که نرخ بهره کوتاه مدت خیلی بالا باشد، تمایل حرکت به طرف پایین دارد و هنگامی که خیلی پایین باشد، تمایل به حرکت به سوی بالا دارد. برای مثال اگر نرخ بهره سه ماهه در آمریکا به ۱۵٪ برسد، می‌توان گفت که احتمالاً حرکت بعدی رو به پایین خواهد بود. و اگر نرخ بهره سه ماهه به ۲٪ برسد، احتمالاً حرکت بعدی به سوی بالا خواهد بود. این مطلب در نمودار (۵-۱۸) به تصویر کشیده شده است.

چنانچه قیمت سهام، «بازگشت به میانگین» را نشان دهد، می‌توان یک راهبرد معاملاتی آشکاری را تدوین نمود؛ به این صورت که اگر قیمت سهام از نظر تاریخی پایین است، آن را بخر و هنگامی که قیمت سهام از نظر تاریخی بالاست آن را بفروش. نرخ‌های بهره سه ماهه «بازگشت به میانگین» یک راهبرد معاملاتی مشابه این را ارائه نمی‌دهد. چون که نرخ بهره همچون قیمت سهام نیست که بتوان آن را معامله کرد. در واقع ابزار مالی قابل داد و ستد که قیمت آن همواره معادل نرخ سه ماه باشد، وجود ندارد.

شکل ۵-۱۸: بازگشت به میانگین



۸-۱۸ خلاصه

در عمل انواع مختلفی از اختیارات نرخ بهره وجود دارد. به عنوان مثال می‌توان از اختیارات صادره بر قرارداد آتی اوراق قرضه خزانه، قرارداد آتی اسناد خزانه و قرارداد آتی دلار اروپایی نام برد که به طور فعال در بورس‌ها مورد داد و ستد قرار می‌گیرند. اکثر اوراق قرضه قابل معامله را دارای ویژگی‌هایی همچون قراردادهای اختیار معامله در بردارند. ابزارهای وام و سپرده که توسط مؤسسات مالی ارائه می‌شوند، اغلب «اختیارات نهفته» در خود دارند.

سه ابزار مالی خارج از بورس متداول، اختیارات اوراق قرضه، «اختیار سقف نرخ بهره» و «اختیار سقف-کف نرخ بهره» و «سوآپشن» می‌باشند. «اختیار اوراق قرضه» در واقع اختیار خرید یا فروش یک اوراق قرضه معین و مشخص می‌باشد. یک «قرارداد اختیار سقف نرخ بهره» هنگامی دارای بازدهی است که نرخ بهره متغیر از نرخ توافقی بیشتر افزایش یابد. یک «قرارداد سوآپشن»، در واقع اختیار ورود به یک قرارداد سوآپ است؛ به طوری که نرخ بهره ثابت با نرخ بهره متغیر در زمان مشخصی در آینده معاوضه می‌شود. مدل بلک، مدلی است که بازار برای ارزش‌گذاری این اختیارات مورد استفاده قرار می‌دهد. در مورد اختیارات اوراق قرضه، توزیع احتمال اوراق قرضه پایه فرض می‌شود که به صورت لگاریتم نرمال است. در اختیارات اوراق قرضه، فرض می‌شود که توزیع احتمال قیمت اوراق قرضه پایه به صورت لگاریتم نرمال است. در مورد اختیارات سوآپ هم فرض بر این است که لگاریتم نرخ سوآپ پایه به صورت نرمال می‌باشد.

سؤال

۱. سقف نرخ بهره لایبور سه ماهه شرکتی ۱۰٪ در سال است. مبلغ اسمی ۲۰ میلیون دلار است. در تاریخ تعدیل مجدد نرخ لایبور سه ماهه ۱۲٪ می‌باشد. با توجه به قرارداد سقف نرخ بهره، مبلغ و زمان پرداخت را محاسبه نمایید.

۲. ویژگی‌های «اوراق قرضه قابل باز خرید» و «اوراق قرضه قابل فروش مجدد» (Puttable) را توضیح دهید.

۳. توضیح دهید چرا یک سوآپشن را به عنوان نوعی اختیار اوراق قرضه به حساب می‌آورند؟

۴. از مدل بلک برای ارزشگذاری اختیار فروش اروپایی یک ساله صادره بر اوراق قرضه ده ساله استفاده نمایید. فرض کنید ارزش فعلی اوراق قرضه ۱۲۵ دلار، قیمت توافقی ۱۱۰ دلار، نرخ بهره یک ساله ۱۰٪ در سال، قیمت پیمان آتی اوراق قرضه ۸٪ در سال و ارزش فعلی کوپن‌های پرداختی در طول عمر اختیار معامله ۱۰ دلار باشد.

۵. فرض کنید شما یک قرارداد اختیار خرید قرارداد آتی یورودلار با قیمت توافقی ۲۵/۹۷ می‌خرید. شما این اختیار معامله را هنگامی اعمال می‌نمایید که قیمت قرارداد آتی یورودلار ۹۸/۱۲ می‌باشد. عایدی این قرارداد را محاسبه نمایید.

۶. قیمت اختیار که سقف نرخ بهره سه ماهه در مدت زمان ۱۸ ماهه، ۱۳٪ (به صورت مرکب فصلی اعلام شده است) بر روی اصل مبلغ ۱۰۰۰ دلاری می‌باشد، را محاسبه نمایید. نرخ بهره پیمان آتی برای دوره زمانی مذکور ۱۲٪ در سال (بهره مرکب فصلی)، نرخ بهره بدون ریسک ۲۱ ماهه (مرکب پیوسته) ۱۱/۵ درصد می‌باشد. نوسان پذیری نرخ پیمان آتی ۱۲٪ در سال می‌باشد.

۷. مزایای مدل‌های منحنی عایدی نسبت به مدل بلک برای قیمت گذاری مشتقات نرخ بهره را بنویسید.