
فصل هشتم

ویژگی‌های اختیار معاملات سهام

فصل هشتم

در این فصل، عوامل تأثیرگذار بر قیمت‌های اختیار معامله را بررسی می‌کنیم. با استفاده از چند مبحث آربیتراژی خواهیم کوشید روابط مابین قیمت‌های اختیار معامله اروپایی، قیمت‌های اختیار معامله آمریکایی و قیمت دارایی پایه را تشریح کنیم. از مهمترین روابط فوق، «رابطه برابری اختیار فروش و اختیار خرید» است که رابطه بین قیمت‌های اختیار خرید اروپایی و قیمت‌های اختیار فروش اروپایی را تشریح می‌کند.

سپس بحث خود را در خصوص اینکه آیا اعمال زودتر از موعد اختیار معامله آمریکایی، بهینه است یا نه، اختصاص خواهیم داد و بیان خواهیم کرد که اعمال زودتر از موعد اختیار خرید آمریکایی صادره بر روی سهامی که سود نقدی پرداخت نمی‌کنند، هیچگاه بهینه نخواهد بود. لیکن در برخی شرایط، اعمال زودتر از موعد اختیار فروش آمریکایی صادره بر روی چنین سهامی، بهینه خواهد بود.

۸-۱ عوامل تأثیرگذار بر قیمت اختیار معامله

شش عامل مهمی که قیمت اختیار معامله را تحت تأثیر قرار می‌دهند عبارتند از:

۱. قیمت جاری سهم، S_t .

۲. قیمت توافقی، K .

۳. مدت زمان باقی‌مانده تا سررسید، T .

۴. نوسان‌پذیری قیمت سهام، σ .

۵. نرخ بهره بدون ریسک، r .

۶. سود تقسیمی مورد انتظار در طول دوره عمر اختیار معامله

در این قسمت با فرض ثابت باقی ماندن سایر عوامل، بررسی می‌کنیم که تغییر هر یک از عوامل فوق چه تأثیری بر قیمت اختیار معامله دارد.

نتایج بحث این قسمت در جدول (۸-۱) خلاصه شده است. نمودارهای شکل‌های (۸-۱) و (۸-۲) چگونگی وابستگی قیمت اختیار خرید و اختیار فروش اروپایی با هر یک از پنج عامل فوق را نشان می‌دهد. نمودارهای مذکور با این اطلاعات رسم شده‌اند:

$$S_t = 50, K = 50, T = 1 \text{ (سال)}, \sigma = 30\% \text{ (سالانه)}, r = 5\% \text{ (در هر سال)}$$

ضمن آنکه فرض بر این است که سود تقسیمی نداریم و قیمت اختیار خرید ۷/۱۱۶ و قیمت اختیار فروش ۴/۶۷۷ می‌باشد.

جدول ۸-۱: تأثیر افزایش میزان هر یک از متغیرهای ذیل بر قیمت یک اختیار معامله با فرض اینکه سایر عوامل ثابت در نظر گرفته شود.				
متغیر	اختیار خرید اروپایی	اختیار فروش اروپایی	اختیار خرید آمریکایی	اختیار فروش آمریکایی
قیمت فعلی سهام	+	-	+	-
قیمت توافقی	-	+	-	+
زمان تا سررسید	?	?	+	+
نوسان‌پذیری	+	+	+	+
نرخ بهره بدون ریسک	+	-	+	-
سود نقدی	-	+	-	+

قیمت سهام و قیمت توافقی

هرگاه اختیار خریدی به اجرا گذاشته شود، «عایدی»^(۱) یا ارزش آن بستگی به مقدار افزایش قیمت سهام، نسبت به قیمت توافقی دارد؛ بنابراین ارزش اختیار خرید به موازات افزایش قیمت سهام، افزایش و به موازات افزایش قیمت توافقی، کاهش می‌یابد. برعکس دربارهٔ اختیار فروش نیز می‌توان گفت که «عایدی» آنها تابع میزان افزایش قیمت توافقی نسبت به قیمت سهام است. نتیجه می‌گیریم که رفتار بازدهی اختیار فروش، برعکس بازدهی اختیار خرید است؛ زیرا بازدهی اختیار فروش، به ازای افزایش قیمت سهام، کاهش و به ازای افزایش قیمت توافقی، افزایش می‌یابد. نمودارهای a ، b ، c و d شکل (۸-۱)، تأثیر تغییرات قیمت سهام و قیمت توافقی را بر اختیارهای خرید و فروش نشان می‌دهد.

زمان باقیمانده تا سررسید

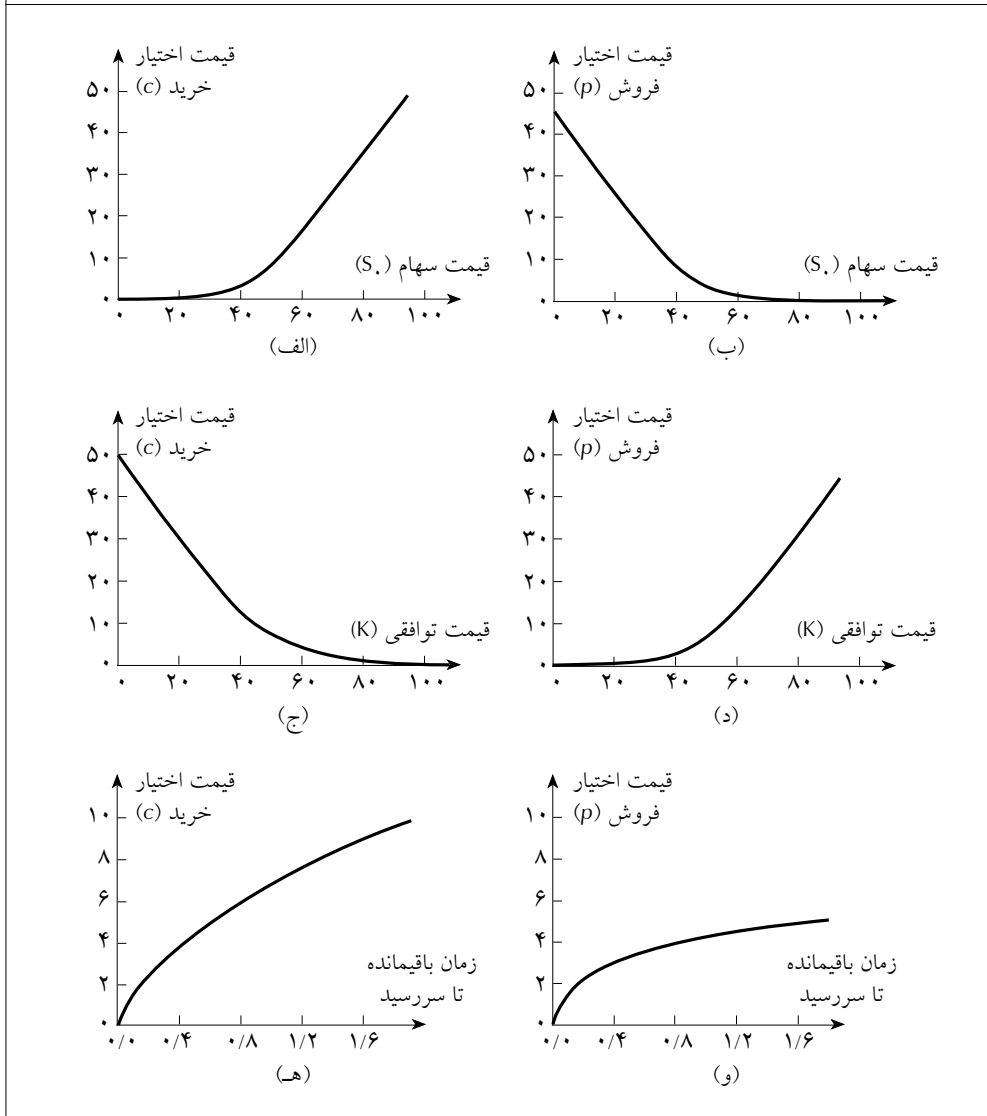
اکنون به بررسی تأثیر مدت زمان باقیمانده تا سررسید اختیار معامله، بر قیمت اختیار می‌پردازیم. ارزش هر دو اختیار معامله آمریکایی و اروپایی، با افزایش زمان باقیمانده تا سررسید، افزایش می‌یابد. دو اختیار معامله را در نظر بگیرید که فقط از لحاظ زمان سررسید متفاوتند. دارندهٔ اختیار معامله‌ای که مدت زمان بیشتری دارد، نه تنها دارای فرصت‌های اعمالی است که دارنده اختیار دیگر دارد، بلکه از امتیاز بیشتری در استفاده از فرصت اعمال بیشتر برخوردار است؛ بنابراین نتیجه می‌گیریم که اختیاری که مدت زمان بیشتری دارد، همواره ارزش آن حداقل به اندازه اختیار معامله دیگری است که عمر کوتاه‌تری دارد. نمودارهای e و f از شکل (۸-۱)، رابطه بین تغییرات زمان باقیمانده تا سررسید را بر قیمت اختیارهای خرید و فروش نشان می‌دهد.

لازم به تذکر است با اینکه معمولاً قراردادهای اختیار خرید و فروش اروپایی با افزایش زمان باقیمانده تا سررسید، ارزشمندتر می‌شوند، ولیکن این قضیه همواره صادق نیست؛ به عنوان مثال دو اختیار خرید اروپایی صادره بر روی یک سهم را در نظر بگیرید، به طوری که زمان سررسید یکی، یک ماهه و دیگری دارای سررسید دو ماهه باشد. همچنین فرض کنید که سود قابل ملاحظه‌ای در شش هفته دیگر به سهام مذکور

۱) Payoff

تعلق می‌گیرد. از آنجا که تعلق سود به سهم موجب می‌شود که قیمت اختیار کاهش یابد، بنابراین به علت تعلق سود، قیمت اختیاری که طول عمر کوتاه‌تری دارد، بیش از دیگری ارزشمندتر می‌باشد.

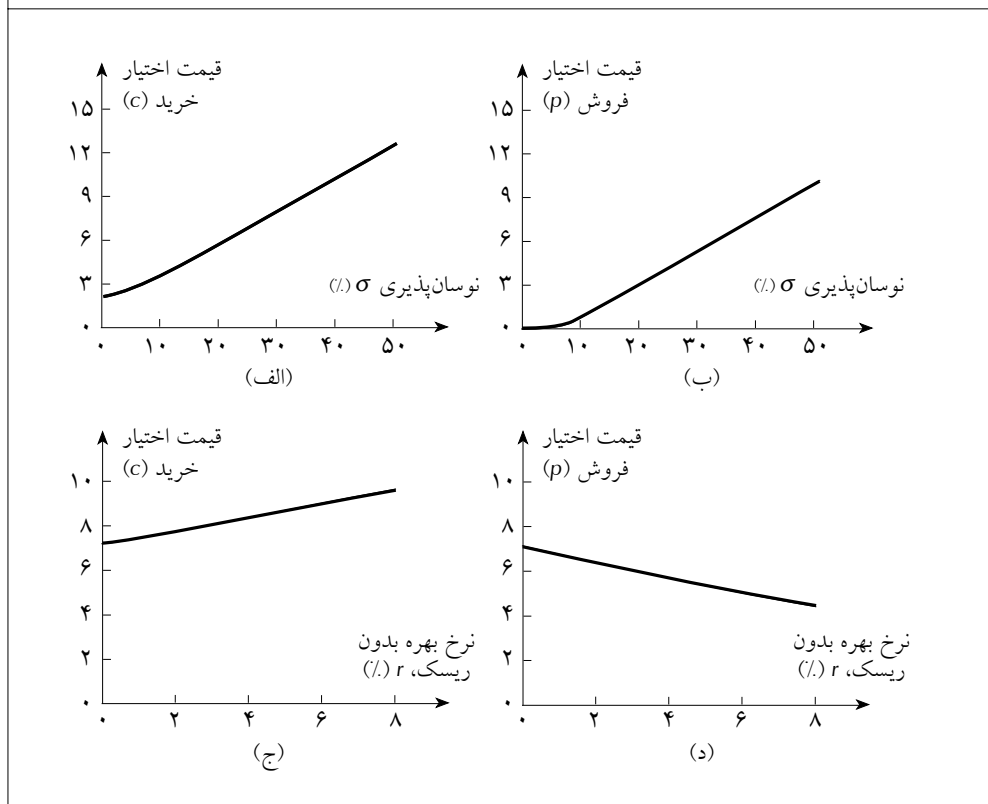
شکل ۸-۱: مقایسه تأثیر تغییرات قیمت سهام، قیمت توافقی (اعمال) و تاریخ سررسید بر قیمت اختیار معامله.
 $T = 1$ و $\sigma = 30\%$ ، $r = 5\%$ ، $K = 50$ ، $S_0 = 50$



نوسان‌پذیری قیمت سهام

مفهوم «نوسان‌پذیری»^(۱) یا «تغییرپذیری» را در فصل ۱۱ تشریح خواهیم کرد. به طور ساده، نوسان‌پذیری قیمت سهام، ابزاری برای نشان دادن درجه عدم اطمینان نسبت به تغییرات آتی بازده سهام می‌باشد. هرگاه درجه نوسان‌پذیری افزایش یابد، احتمال کاهش یا افزایش قیمت سهام نیز افزایش می‌یابد. برای سهامدار، احتمال افزایش قیمت سهام ممکن است در مجموع با احتمال کاهش قیمت سهام معادل باشد، در حالی که وضعیت برای شخصی که صاحب اختیار خرید یا فروش سهام است، فرق می‌کند. دارنده اختیار خرید،

شکل ۲-۸: تأثیر تغییرات نوسان‌پذیری و نرخ بهره بدون ریسک بر قیمت اختیار معامله هنگامی که $S_0 = 50$, $K = 50$, $r = 5\%$, $\sigma = 30\%$ و $T = 1$ باشد.



۱) Volatility

از افزایش قیمت سهام سود می‌کند و حال آنکه ریسک کاهش قیمت سهام که متوجه اوست، محدود می‌باشد؛ زیرا بیشترین زیان دارنده اختیار خرید، همان قیمت اختیار است. به همین ترتیب، دارنده اختیار فروش از کاهش قیمت، سود می‌برد، اما ریسک افزایش قیمت سهام که متوجه اوست، محدود می‌باشد. نتیجه اینکه قیمت اختیارهای خرید و فروش به ازای افزایش درجه نوسان‌پذیری قیمت دارایی، افزایش می‌یابد. نمودارهای a و b شکل (۸-۲) را ملاحظه فرمایید.

نرخ بهره بدون ریسک

نحوه تأثیر نرخ بهره بدون ریسک^(۱)، بر قیمت قرارداد اختیار معامله چندان روشن نیست. با افزایش نرخ بهره در اقتصاد، نرخ رشد مورد انتظار قیمت سهام نیز افزایش می‌یابد. از طرف دیگر، افزایش نرخ بهره، موجب کاهش ارزش فعلی جریان نقدی دارندگان اختیار معامله خواهد شد. تأثیر همزمان این دو پدیده، باعث می‌شود که قیمت اختیار معامله فروش با افزایش نرخ بهره کاهش یابد. (نمودار d شکل ۸-۲) تأثیر افزایش نرخ بهره بر قیمت اختیار خرید به گونه دیگری است؛ به این صورت که افزایش نرخ بهره باعث افزایش نرخ رشد مورد انتظار قیمت سهام می‌شود و در نتیجه قیمت اختیار خرید افزایش می‌یابد. در حالی که تأثیر کاهش ارزش فعلی درآمدهای آتی می‌تواند باعث کاهش قیمت اختیار خرید شود، می‌توان نشان داد که تأثیر پدیده اول بر دوم غالب است؛ بنابراین می‌توانیم نتیجه بگیریم که افزایش نرخ بهره می‌تواند موجب افزایش قیمت اختیار خرید باشد. (نمودار c شکل ۸-۲)

در اینجا باید این نکته را مدنظر قرار دهیم که در مباحث فوق، با فرض ثابت ماندن سایر عوامل (یعنی پنج عامل دیگر) فقط به بررسی تأثیر یک عامل بر قیمت اختیار معاملات پرداختیم. در عمل می‌توانیم بگوییم که با افزایش یا کاهش نرخ بهره، قیمت سهام کاهش یا افزایش می‌یابد و در مجموع این دو پدیده یعنی افزایش نرخ بهره و کاهش قیمت سهام شرکت منجر به کاهش ارزش اختیار خرید و افزایش ارزش اختیار فروش می‌شود. به ترتیبی مشابه کاهش نرخ بهره و افزایش قیمت سهام شرکت در مجموع، باعث

۱) Risk free interest rate

افزایش ارزش اختیار خرید و کاهش ارزش اختیار فروش می‌شود. (۱)

سود نقدی (۲)

تعلق سود به سهام، باعث کاهش قیمت سهم در تاریخ استحقاق سود سهام می‌شود و می‌دانیم که کاهش قیمت سهام، تأثیر منفی بر قیمت اختیار خرید و تأثیر مثبت بر قیمت اختیار فروش می‌گذارد. در نتیجه قیمت اختیار خرید، همبستگی منفی با مقدار سود متعلق به سهام دارد. در حالی که قیمت اختیار فروش، با مقدار سود مورد انتظار از دارایی همبستگی مثبت نشان می‌دهد.

۸-۲) مفروضات و علائم

در این فصل همان مفروضاتی را که برای تعیین قیمت قرارداد آتی و پیمان آتی استفاده کردیم، مجدداً در نظر می‌گیریم؛ به این صورت که فرض می‌کنیم مشارکت کنندگان در بازار همچون بانک‌های سرمایه‌گذاری بزرگ:

۱. دارای هزینه‌های معاملاتی صفر هستند.

۲. تمام سود یا زیان معاملاتی با نرخ مالیاتی یکسان، مشمول مالیات واقع می‌شوند.

۳. امکان وام‌دهی و وام‌گیری با نرخ بهره بدون ریسک وجود دارد.

با توجه به اینکه مشارکت کنندگان بازار، از کوچک‌ترین فرصت آربیتراژی استفاده می‌کنند، همانطور که در فصل ۱ و ۳ توضیح دادیم، هر نوع فرصت آربیتراژی فقط برای مدت زمان خیلی کوتاهی می‌تواند وجود داشته باشد؛ بنابراین برای سهولت در مباحث می‌توانیم فرض کنیم که اصلاً فرصت آربیتراژی وجود ندارد.

ما در مباحث آتی از این علائم استفاده خواهیم کرد:

S_t = قیمت جاری سهام

K = قیمت توافقی اختیار معامله

(۱) به بیان ساده‌تر هنگامی که نرخ بهره افزایش می‌یابد، تمایل بیشتری برای خرید قراردادهای اختیارات خرید وجود خواهد داشت، که در مقایسه با خود دارایی پایه (سهام) میزان سرمایه‌گذاری لازم در آنها به مراتب کمتر می‌باشد. در واقع سرمایه‌گذار به جای اختصاص مبلغ بیشتری جهت خرید سهام می‌تواند از بهره بالای بازار استفاده نماید.

T = زمان باقیمانده تا سررسید اختیار معامله

S_T = قیمت سهام در زمان سررسید اختیار معامله

r = نرخ بهره بدون ریسک در طول مدت سرمایه‌گذاری T که به صورت پیوسته و

مرکب محاسبه می‌شود.

C_a = ارزش اختیار خرید آمریکایی برای خرید یک سهم

P_a = ارزش اختیار فروش آمریکایی برای فروش یک سهم

C_e = ارزش اختیار خرید اروپایی برای خرید یک سهم

P_e = ارزش اختیار فروش اروپایی برای فروش یک سهم

ذکر این نکته لازم است که r نرخ بهره اسمی است نه نرخ بهره واقعی. ما $r > 0$ را

فرض می‌کنیم؛ به بیان دیگر یک سرمایه‌گذاری با نرخ بهره بدون ریسک، نباید امتیازی

نسبت به وجه نقد داشته باشد. چنانچه $r < 0$ باشد، وجه نقد به جای سرمایه‌گذاری با

نرخ بهره بدون ریسک ترجیح داده می‌شود.

۳-۸) تعیین سقف و کف قیمت اختیار معامله

در این قسمت، سقف و کف قیمت اختیار معاملات را بررسی می‌کنیم:

کرانه بالا یا سقف قیمت اختیار معامله

همانطور که می‌دانیم، اختیارهای خرید آمریکایی یا اروپایی، این حق را به دارنده آن

می‌دهد که سهامی را به قیمت توافقی معین خریداری نماید. بدیهی است که تحت هر

شرایطی، قیمت اختیار معامله نمی‌تواند بیش از قیمت سهام باشد؛ بنابراین سقف قیمت

اختیار معامله، قیمت سهام می‌باشد. یعنی:

$$C_a \leq S_t \text{ و } C_e \leq S_t$$

در صورتی که روابط فوق درست نباشند، آربیتراژگران مبادرت به فروش اختیار معامله و

خرید سهام می‌کنند و از این طریق به راحتی سود نصیب خود می‌سازند.

همچنین می‌دانیم که اختیار فروش آمریکایی یا اروپایی این حق را به دارنده آن

می‌دهد که بتواند سهامی را به قیمت توافقی بفروشد. واضح است که در هر شرایطی،

قیمت اختیار فروش نمی‌تواند بیش از قیمت توافقی باشد؛ بنابراین در این حالت، قیمت

توافقی، سقف قیمت اختیار فروش آمریکایی یا اروپایی را تشکیل می‌دهد؛ یعنی:

$$P_a \leq K \text{ و } P_e \leq K$$

با توجه به اینکه قیمت اختیار فروش اروپایی در سررسید، نمی‌تواند بیشتر از قیمت توافقی باشد؛ بنابراین در حال حاضر، قیمت اختیار فروش اروپایی باید کمتر یا مساوی ارزش فعلی قیمت توافقی باشد؛ یعنی:

$$P_e \leq Ke^{-rT}$$

چنانچه رابطه فوق برقرار نباشد، آربیتراژرها می‌توانند اقدام به فروش اختیار فروش نمایند و درآمد حاصل را با نرخ بهره r ، سرمایه‌گذاری کنند و از ما به‌التفاوت به عنوان سود بدون ریسک بهره‌مند شوند.

کرانه پایین یا کف قیمت اختیار خرید صادره در مورد سهامی که سود نقدی نمی‌پردازند برابر است با:

$$S_0 - Ke^{-rT}$$

ما بحث را ابتدا با طرح یک مثال توضیح می‌دهیم و سپس در مورد فرمول تعیین کف قیمت اختیار خرید بحث می‌کنیم.

فرض کنید که $S_0 = 20$ ، $K = 18$ ، $r = 10\%$ (در سال) و $T = 1$ (یک سال) باشد. در این مورد داریم:

$$S_0 - Ke^{-rT} = 20 - 18e^{-0.1} = 3/71$$

یعنی کف قیمت این اختیار خرید $3/71$ دلار است. اکنون حالتی را در نظر بگیرید که قیمت اختیار خرید اروپایی 3 دلار باشد؛ یعنی کمتر از حداقل قیمت تئوریک که $3/71$ دلار حساب کردیم. در چنین شرایطی آربیتراژگر می‌تواند اقدام به خریداری قرارداد اختیار خرید و پیش فروش سهام نماید و مبلغ $17 = 20 - 3$ دلار را برای یک سال با نرخ 10% سرمایه‌گذار کند. در پایان دوره، مبلغ 17 دلار اولیه به $18/79$ دلار افزایش خواهد یافت؛ یعنی $18/79 = 17e^{0.1}$ دلار در پایان سال، اختیار خرید منقضی خواهد شد، اگر قیمت سهام بیش از 18 دلار باشد، آربیتراژگر اختیار خرید را به قیمت توافقی 18 دلار به اجرا می‌گذارد و با بستن موقعیت معاملاتی فروش، 79 سنت سود می‌برد.

$$\text{دلار } 18/79 - 18/00 = 0/79$$

جدول ۲-۸: فرصت آربیتراژی هنگامی که قیمت اختیار خرید اروپایی پایین‌تر از کرانه پایین است.

میز معاملاتی معامله‌گر

سرمایه‌گذاری در مورد یک برگ اختیار خرید اروپایی صادره بر سهامی که سود پرداخت نمی‌کند، اطلاعات زیر را در اختیار دارد:

قیمت سهام = ۲۰ دلار

قیمت اختیار معامله = ۳ دلار

قیمت توافقی = ۱۸ دلار

سررسید اختیار معامله = یک سال

نرخ بهره بدون ریسک برای یک سرمایه‌گذاری یک ساله ۱۰٪ در سال است.

فرصت

(۱) خرید برگ اختیار معامله

(۲) پیش فروش سهام

(۳) سرمایه‌گذاری مبلغ نقد اضافی، با نرخ بهره ۱۰٪ در سال

نتیجه

این راهبرد بلافاصله یک جریان نقدی مثبت معادل (دلار) $17 - 3 = 14$ ایجاد می‌کند. مبلغ مزبور با نرخ بهره ۱۰٪ در سال، سرمایه‌گذاری می‌شود و در پایان سال به (دلار) $18.79 = 14e^{0.1}$ می‌رسد. در این هنگام، اختیار معامله منقضی می‌شود. چنانچه قیمت سهام بیشتر از ۱۸ دلار باشد، سرمایه‌گذار اختیار معامله را اعمال خواهد نمود و موضوع معاملاتی پیش فروش خود را با سودی به شرح ذیل مسدود می‌نماید:

$$(دلار) \quad 18.79 - 18 = 0.79$$

چنانچه قیمت سهام در پایان سال کمتر از ۱۸ دلار باشد، فرد سرمایه‌گذار اقدام به خرید سهام از بازار می‌نماید و موضوع معاملاتی پیش فروش خود را می‌بندد. در نتیجه سرمایه‌گذار به سودی معادل زیر دست می‌یابد.

$$18.79 - S_T$$

که در آن، S_T قیمت سهام می‌باشد؛ چونکه $S_T < 18$ ، بنابراین حداقل سود معادل 0.79 دلار خواهد بود.

و اگر قیمت سهام کمتر از ۱۸ دلار باشد، آربیتراژگر سهام را در بازار خریداری نموده و موقعیت فروش خود را بدین ترتیب می‌بندد. در این حالت آربیتراژگر حتی سود بیشتری کسب می‌کند؛ زیرا اگر قیمت سهام مثلاً به ۱۷ دلار برسد، سود این معامله‌گر به $1/79$ دلار می‌رسد:

$$\text{دلار} \quad 18.79 - 17.00 = 1.79$$

این مثال در جدول (۲-۸) آورده شده است.

بحث بالا را می‌توان در حالت کلی‌تر و عمومی‌تر نشان داد. به این منظور می‌توان

دو بدنه به شرح زیر در نظر گرفت.

بدره الف: شامل یک اختیار خرید اروپایی بعلاوه مبلغ نقد Ke^{-rT} دلار.

بدره ب: شامل یک سهام

در بدره الف، اگر مبلغ Ke^{-rT} دلار با نرخ بهره بدون ریسک، سرمایه‌گذاری شود، در زمان T به K دلار خواهد رسید.

اگر $S_T > K$ باشد، در زمان T اختیار خرید اعمال خواهد شد و ارزش بدره الف برابر S_T می‌شود. اگر $S_T < K$ باشد، اختیار خرید بدون اعمال شدن، منقضی می‌شود. ارزش بدره الف در این حالت K دلار می‌باشد؛ بنابراین در زمان T ارزش بدره الف برابر است با:

$$\max(S_T, K)$$

بدره ب در زمان T دارای ارزش S_T می‌باشد؛ بنابراین ارزش بدره الف همواره بیشتر یا مساوی ارزش بدره ب خواهد بود. بنابراین در شرایطی که فرصت‌های آربیتراژی وجود ندارد، می‌توان گفت که شرط فوق همین امروز نیز باید صادق باشد؛ یعنی:

$$C_e + Ke^{-rT} \geq S_e$$

و یا

$$C_e \geq S_e - Ke^{-rT}$$

و چون بدترین حالت در مورد اختیار خرید این است که بدون سود دهی و اعمال، منقضی شود، لذا ارزش آن نمی‌تواند منفی باشد. یعنی $C_e \geq 0$ ، بنابراین داریم:

$$C_e \geq \max(S_e - Ke^{-rT}, 0) \quad (۸-۱)$$

مثال:

یک اختیار خرید اروپایی را در نظر بگیرید که قیمت سهام آن - که سود نقدی نمی‌پردازد - ۵۱ دلار است. فرض کنید قیمت توافقی ۵۰ دلار است و شش ماه به انقضای این اختیار باقی مانده است. نرخ بهره بدون ریسک ۱۲٪ در سال می‌باشد؛ بنابراین داریم: $S_e = ۵۱$ ، $K = ۵۰$ ، $r = ۰/۱۲$ و $T = ۰/۵$ با توجه به رابطه (۸-۱)، کرانه پایین یا کف قیمت اختیار خرید عبارت است از:

$$S_e - Ke^{-rT}$$

$$۵۱ - ۵۰e^{-۰/۱۲ \times ۰/۵} = ۳/۹۱ \text{ دلار}$$

کرانه پایین یا کف قیمت برای اختیار فروش

صادر بر روی سهامی که سود پرداخت نمی‌کنند.

حداقل قیمت فروش اروپایی برای سهامی که سود پرداخت نمی‌کند، برابر است با:

$$Ke^{-rT} - S_0$$

مجدداً مثل قسمت پیشین ابتدا یک مثال مطرح می‌کنیم و سپس مبحث را در حالت کلی تشریح می‌کنیم.

فرض نمایید که اطلاعات زیر را در مورد یک اختیار فروش داریم: $S_0 = ۳۷$ ، $K = ۴۰$ ، $r = ۵\%$ (در سال) و $T = ۰/۵$ (سال) با توجه به داده‌های فوق خواهیم داشت:

$$Ke^{-rT} - S_0 = ۴۰e^{-۰/۵ \times ۰/۵} - ۳۷ = ۲/۰۱ \text{ دلار}$$

فرض کنید قیمت اختیار فروش اروپایی یک دلار باشد (کمتر از حداقل قیمت تئوریک آن) در این حالت آربیتراژگر می‌تواند مبلغ ۳۸ دلار برای شش ماه با نرخ بهره ۵٪ قرض کند تا بتواند هم اختیار فروش و هم سهام بخرد. بعد از شش ماه این معامله‌گر بایستی مبلغ $۳۸e^{۰/۵ \times ۰/۵} = ۳۸/۹۶$ دلار بابت وام دریافتی خود بپردازد. اگر قیمت سهام در آن موضع کمتر از ۴۰ دلار باشد، سرمایه‌گذار می‌تواند اقدام به اجرای اختیار فروش نماید، تا بتواند سهام را به قیمت ۴۰ دلار بفروشد و به باز پرداخت وامی با سودی معادل ۱/۰۴ دلار دست یابد:

$$۴۰ - ۳۸/۹۶ = ۱/۰۴ \text{ دلار}$$

و اگر قیمت سهام بیشتر از ۴۰ دلار شود، سرمایه‌گذار اقدام به فروش سهام می‌کند تا علاوه بر بازپرداخت وام دریافتی، مبلغی نیز به شرح زیر سود کند:

$$\text{سود} = S_T - ۳۸/۹۶$$

مثلاً اگر قیمت سهام به ۴۲ دلار برسد، سود آربیتراژگر معادل ۳/۰۴ دلار خواهد شد:

$$۴۲ - ۳۸/۹۶ = ۳/۰۴ \text{ دلار}$$

این مثال نیز در جدول (۳-۸) خلاصه‌وار ذکر شده است.

نکات بالا را می‌توان به صورت دیگری نیز در حالت کلی بیان کرد؛ برای این منظور

جدول ۳-۸: فرصت آربیتراژی، هنگامی که قیمت اختیار فروش اروپایی پایین‌تر از کرانه پایین است

میز معاملاتی معامله‌گر

سرمایه‌گذاری در مورد یک اختیار فروش اروپایی صادره بر سهامی که سود نقدی نمی‌پردازد، اطلاعات زیر را در اختیار دارد:

قیمت سهام = ۳۷ دلار

قیمت اختیار معامله = ۱ دلار

قیمت توافقی = ۴۰ دلار

مهلت انقضای اختیار معامله = شش ماهه

نرخ بهره بدون ریسک برای یک سرمایه‌گذاری شش ماهه، سالانه ۵٪ است.

فرصت آربیتراژی

(۱) استقراض ۳۸ دلار برای شش ماه

(۲) خرید یک اختیار خرید

(۳) خرید یک سهم

نتیجه

در پایان شش ماه مبلغ (دلار) $38e^{0.05 \times 6/12} = 38.96$ دلار برای بازپرداخت لازم خواهد بود. چنانچه قیمت سهام در این زمان کمتر از ۴۰ دلار باشد، سرمایه‌گذار اختیار معامله را برای فروش سهام با قیمت ۴۰ دلار را به اجرا می‌گذارد و سودی به شرح ذیل بدست می‌آورد:

$$(40 - 38.96) = 1.04 \text{ (دلار)}$$

چنانچه قیمت سهام بیشتر از ۴۰ دلار باشد، سرمایه‌گذار سهام را می‌فروشد و با بازپرداخت وام به سودی به شرح ذیل دست می‌یابد:

$$S_T - 38.96$$

که در آن، S_T قیمت سهام می‌باشد. حداقل سود معادل ۱/۰۴ دلار خواهد بود.

دو بدره زیر را در نظر می‌گیریم:

بدره ج: شامل یک اختیار فروش اروپایی بعلاوه یک سهم

بدره د: شامل مبلغ Ke^{-rT} دلار

اگر $K > S_T$ باشد، اختیار فروش در بدره ج در سررسید T اعمال می‌شود و ارزش این بدره معادل K خواهد شد. اگر $K < S_T$ باشد، اختیار فروش، بدون اجرا منقضی خواهد شد و بدره ج ارزشی برابر S_T خواهد داشت؛ بنابراین ارزش بدره ج در زمان T برابر است با:

$$\max(S_T, K) = \text{ارزش بدره ج}$$

همچنین اگر فرض کنیم که مبلغ نقد با نرخ بهره بدون ریسک، به مدت T

سرمایه‌گذاری شود، ارزش بدنه d در سررسید برابر K دلار خواهد بود.

نتیجه اینکه بدنه d همواره مساوی و یا بیشتر از بدنه d ارزش خواهد داشت. از این رو در شرایطی که فرصت‌های آربیتراژی وجود ندارد، می‌توان گفت که بدنه d همین امروز نیز باید دارای ارزشی بیش از بدنه d داشته باشد؛ یعنی:

$$P_e + S_t \geq Ke^{-rt}$$

و یا:

$$P_e \geq Ke^{-rt} - S_t$$

چنانکه بدترین حالت برای یک اختیار فروش آن است که بدون اعمال منقضی گردد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$P_e \geq \max(Ke^{-rt} - S_t, 0) \quad \text{رابطه (۸-۲)}$$

مثال:

یک اختیار فروش اروپایی را در نظر بگیرید، که قیمت سهام آن - که سودی پرداخت نمی‌کند - ۳۸ دلار است. با فرض قیمت توافقی ۴۰ دلار و زمان باقیمانده تا سررسید سه ماه و نرخ بهره ۱۰٪ در سال داریم: $S_t = 38$ ، $K = 40$ ، $r = 0.10$ ، و $T = 0.25$ در سال. با توجه به رابطه (۸-۲)، کرانه پایین یا قیمت کف اختیار فروش عبارت است از:

$$Ke^{-rt} - S_t$$

یا:

$$40e^{-0.1 \times 0.25} - 38 = 1.01 \text{ دلار}$$

۸-۴) رابطه برابری اختیار فروش و اختیار خرید^(۱)

اکنون ما می‌توانیم یک رابطه مهم بین P_e و C_e برقرار سازیم. دو بدنه‌ای را که در قسمت پیشین بکار بردیم، مجدداً در نظر بگیرید.

بدنه الف: شامل یک اختیار خرید اروپایی به علاوه مبلغ Ke^{-rt} دلار

بدنه ج: شامل یک اختیار فروش اروپایی به علاوه یک سهام

۱) Put-call parity

همانطور که بحث شد، هر دو بدنه فوق‌الذکر در تاریخ سررسید، ارزشی معادل مقدار زیر خواهند داشت:

$$\max(S_T, K)$$

با توجه به اینکه هر دو اختیار، اروپایی‌اند و نمی‌توان آنها را قبل از تاریخ سررسید به اجرا گذاشت، پس امروز نیز این دو بدنه ارزش‌های یکسانی دارند؛ یعنی اینکه:

$$C_e + Ke^{-rT} = P_e + S_e \quad \text{رابطه (۸-۳)}$$

به رابطه (۸-۳)، اصطلاحاً «رابطه برابری اختیار فروش و اختیار خرید» می‌گویند. رابطه فوق نشان می‌دهد که می‌توان قیمت یک اختیار خرید اروپایی با قیمت توافقی و سررسید معین را از قیمت یک اختیار فروش اروپایی با همان قیمت توافقی و همان سررسید بدست آورد و برعکس.

اگر رابطه (۸-۳)، برقرار نباشد، فرصت‌های آربیتراژی ایجاد خواهد شد. برای روشن شدن مطلب، فرض کنید قیمت سهام ۳۱ دلار، قیمت توافقی ۳۰ دلار، نرخ بهره سالانه ۱۰٪، قیمت اختیار خرید اروپایی سه ماهه ۳ دلار، قیمت اختیار فروش اروپایی سه ماهه ۲/۲۵ دلار باشد. در این حالت داریم:

$$C_e + Ke^{-rT} = 3 + 30e^{-0.1 \times \frac{3}{12}} = 32.26 \text{ دلار}$$

$$P_e + S_e = 2.25 + 31 = 33.25 \text{ دلار}$$

ملاحظه می‌شود که بدنه ج در مقایسه با بدنه الف، «زیاده از حد»^(۱) قیمت‌گذاری شده است؛ لذا این امر موجب ایجاد فرصت‌های آربیتراژ شده است. راهبرد مطلوب برای این حالت عبارت است از خرید اوراق بهادار موجود در بدنه الف و فروش اوراق بهادار موجود در بدنه ج. به عبارت دیگر، راهبرد مناسب شامل خرید اختیار خرید و فروش سهام و اختیار فروش می‌باشد. انجام این عملیات، نقدینگی زیر را به دنبال خواهد داشت:

$$\text{دلار } 30.25 = 31 + 2.25 - 3$$

۱) Over priced

سرمایه‌گذار می‌تواند مبلغ فوق را با نرخ بهره ۱۰٪ به مدت سه ماه سرمایه‌گذاری کند و در انتهای دوره، درآمد زیر را خواهد داشت:

$$\text{دلار } 31.02 = 30.25e^{0.1 \times 0.25}$$

در پایان دوره، دو حالت ممکن است رخ دهد:

اگر قیمت سهام بیش از قیمت توافقی یعنی ۳۰ دلار باشد، در این حالت سرمایه‌گذار با اعمال اختیار خرید، یک سهم خریداری می‌کند. چنانچه قیمت سهام کمتر از قیمت توافقی یعنی ۳۰ دلار باشد، در حالت اخیر، اختیار فروش به اجرا گذاشته می‌شود. در هر دو حالت، سرمایه‌گذار یک سهم با قیمت توافقی ۳۰ دلار خریداری می‌کند. اقدام به خرید سهام در حالت اول باعث می‌شود که موضع معاملاتی «پیش خرید» وی بسته شود و در حالت دوم، با تحویل سهام خریداری شده به طرف دوم قرارداد «موضع پیش فروش» وی بسته می‌شود. در هر دو حالت سود خالص سرمایه‌گذار عبارت خواهد بود از:

$$\text{دلار } 1.02 = 31.02 - 30$$

این مثال در جدول (۴-۸) آورده شده است.

می‌توان وضعیت دیگری را به صورت زیر تصور نمود: فرض کنید قیمت اختیار

خرید ۳ دلار و قیمت اختیار فروش یک دلار است. در این حالت داریم:

$$\text{دلار } 32.26 = 3 + 30e^{-0.1 \times \frac{1}{12}} = C_e + Ke^{-rT}$$

$$\text{دلار } 32 = P_e + S_e = 1 + 31$$

ملاحظه می‌شود بدنه الف نسبت به بدنه ج «بیش از حد» قیمت‌گذاری شده است و این امر موجب ظهور فرصت‌های آربیتراژ می‌شود. راهبرد مطلوب در اینجا برای آربیتراژگر این است که اوراق بهادار بدنه الف را بفروشد و اوراق بهادار بدنه ج را بخرد، تا به سود تضمینی دست یابد؛ به عبارت دیگر این راهبرد متضمن فروش اختیار خرید و خرید سهام و خرید اختیار فروش با مبلغ سرمایه‌گذاری اولیه زیر خواهد بود:

$$\text{دلار } 29 = 31 + 1 - 3$$

سرمایه‌گذار می‌تواند سرمایه فوق را با نرخ بهره بدون ریسک، استقراض کند.

جدول ۴-۸: فرصت آربیتراژی هنگامی که رابطه برابری اختیار فروش - خرید برقرار نیست، یعنی قیمت اختیار خرید در مقایسه با قیمت اختیار فروش خیلی کمتر است.

میز معاملاتی معامله‌گر

یک سرمایه‌گذار در مورد اختیارات صادره بر سهامی که ارزش آن ۳۱ دلار است و نرخ بهره بدون ریسک ۱۰٪ است، اطلاعات زیر را در اختیار دارد. لازم به ذکر است که هر دو اختیار معامله مزبور دارای قیمت توافقی معادل ۳۰ دلار و تاریخ انقضای سه ماهه می‌باشند.

قیمت اختیار خرید اروپایی = ۳ دلار

قیمت اختیار فروش اروپایی = ۲/۲۵ دلار

راهبرد:

(۱) خرید اختیار خرید

(۲) فروش اختیار فروش

(۳) پیش‌فروش سهام

نتیجه

این راهبرد منجر به ایجاد یک جریان نقدی اولیه $30/25 = 3 + 2/25 - 31$ دلار می‌شود. چنانچه این مبلغ با نرخ بهره بدون ریسک برای سه ماه سرمایه‌گذاری شود، به مبلغ (دلار) $31/02 = 30/25 e^{0.1 \times 3/12}$ افزایش می‌یابد. در پایان سه ماه ممکن است یکی از دو احتمال زیر بوقوع بپیوندد:

(۱) قیمت سهام بیشتر از ۳۰ دلار شود. در این صورت سرمایه‌گذار قرارداد اختیار خرید را به اجرا می‌گذارد، که شامل خرید یک سهم به قیمت ۳۰ دلار می‌شود. موضع معاملاتی پیش‌فروش معامله‌گر مسدود می‌شود و سود خالص معادل (دلار) $1/02 = 31/02 - 30$ خواهد شد.

(۲) قیمت سهام کمتر از ۳۰ دلار می‌شود. طرف مقابل معامله‌گر قرارداد اختیار فروش را اعمال می‌نماید که در نتیجه سرمایه‌گذار مجبور به خرید سهام به قیمت ۳۰ دلار می‌شود. موضع معاملاتی پیش‌فروش معامله‌گر مسدود می‌شود و سود خالص معادل (دلار) $1/02 = 30 - 31/02$ نصیب وی می‌شود.

برای بازپرداخت وام در سه ماه بعد، نیاز به مبلغ $29/73 = 29 e^{0.1 \times 0.25}$ دلار خواهد بود.

همچون مثال قبلی، اگر قیمت سهام بیش از قیمت توافقی ۳۰ دلار باشد، در این حالت طرف دیگر قرارداد، اقدام به اجرای اختیار خرید خواهد کرد. در نتیجه سرمایه‌گذار باید سهام را به قیمت ۳۰ دلار بفروشد. چنانچه قیمت دارایی کمتر از قیمت توافقی ۳۰ دلار باشد، در این حالت سرمایه‌گذار اقدام به اعمال اختیار فروش می‌کند؛ یعنی سهام را به قیمت توافقی ۳۰ دلار می‌فروشد. در هر دو حالت اخیر، سود خالص سرمایه‌گذار ۰/۲۷ دلار خواهد بود؛ زیرا:

$$0/27 = 29/73 - 30$$

جدول ۵-۸: فرصت آربیتراژی هنگامی که رابطه برابری اختیار فروش-خرید صدق نمی‌کند؛ یعنی قیمت اختیار فروش در مقایسه با قیمت اختیار خرید بسیار پایین است.

میز معاملاتی معامله‌گر

سرمایه‌گذاری نرخ‌های زیر را برای اختیار معامله صادره بر سهامی که ۳۱ دلار می‌ارزد و نرخ بهره بدون ریسک سالانه ۱۰٪ است، دریافت نموده است. هر دو اختیار معامله، دارای قیمت توافقی ۳۰ دلار بوده و در طول سه ماه منقضی می‌شوند.

اختیار خرید اروپایی = ۳ دلار

اختیار فروش اروپایی = یک دلار

راهبرد

(۱) فروش اختیار خرید

(۲) خرید اختیار فروش

(۳) خرید سهام

نتیجه

این راهبرد شامل سرمایه‌گذاری (دلار) $29 = 31 - 3 = 29$ در زمان صفر است. چنانچه سرمایه‌گذاری با نرخ بهره بدون ریسک، تأمین مالی شده باشد، باز پرداخت مبلغ (دلار) $29/73 = 29e^{0.1 \times 3/12}$ در پایان سه ماه لازم خواهد بود. وضعیت‌های احتمالی به صورت زیر خواهد بود:

(۱) قیمت سهام بیشتر از ۳۰ دلار باشد. طرف مقابل، اختیار خرید را اعمال می‌کند. این موضوع بدین معنی است که سرمایه‌گذار مجبور است سهام خود را برای ۳۰ دلار بفروشد. خالص سود در این حالت برابر است با:

$$\text{(دلار)} \quad 0/27 = 30 - 29/73$$

(۲) قیمت سهام کمتر از ۳۰ دلار است. سرمایه‌گذار اختیار فروش را اعمال می‌نماید. این موضوع بدین معنی است که سهام به قیمت ۳۰ دلار فروخته می‌شود. خالص سود در این حالت برابر است با:

$$\text{(دلار)} \quad 0/27 = 30 - 29/73$$

این مثال نیز در جدول (۵-۸) آورده شده است.

اختیار معاملات آمریکایی

رابطه برابری اختیار فروش و اختیار خرید یا به طور خلاصه «برابری قیمت اختیار فروش-خرید» که در بالا توضیح داده شد، فقط در مورد اختیار معاملات اروپایی صادق است. با این حال می‌توان با استفاده از مبحث برابری خرید اختیار فروش-خرید اختیار معاملات اروپایی، رابطه بین قیمت اختیارهای فروش و خرید آمریکایی را با رابطه ذیل نشان داد. (به مسأله ۱۷-۸ رجوع کنید).

$$S_t - K \leq C_t - P_t \leq S_t - Ke^{-rT} \quad (\text{۸-۴}) \text{ رابطه}$$

مثال

یک اختیار خرید آمریکایی صادره بر روی سهامی که سود پرداخت نمی‌کند، با قیمت توافقی ۲۰ دلار و سررسید پنج ماهه، ۱/۵ دلار است. فرض کنید قیمت سهام در حال حاضر ۱۹ دلار و نرخ بهره بدون ریسک سالیانه ۱۰٪ می‌باشد. با استفاده از رابطه (۴-۸) داریم:

$$19 - 20 \leq C_a - P_a \leq 19 - 20e^{-0.1 \times \frac{5}{12}}$$

$$1 \geq P_a - C_a \geq 0.18$$

رابطه بالا نشان می‌دهد که اختلاف بین قیمت اختیار فروش با قیمت اختیار خرید آمریکایی بین ۱ و ۰/۱۸ دلار است. با توجه به اینکه قیمت اختیار خرید آمریکایی ۱/۵ دلار ذکر شده است، قیمت اختیار فروش آمریکایی بین ۲/۵ و ۱/۶۸ دلار قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر کرانه‌های بالا و پایین قیمت اختیار فروش آمریکایی با همان قیمت توافقی و همان سررسید اختیار خرید آمریکایی، به ترتیب ۲/۵ دلار و ۱/۶۸ دلار خواهد بود.

۵-۸) اعمال زودتر از موعد اختیارهای خرید صادره بر روی سهامی که سود نمی‌پردازد.

در این قسمت می‌خواهیم نشان دهیم که اعمال اختیار خرید آمریکایی صادره بر روی سهامی که سود پرداخت نمی‌کند، قبل از سررسید، بهینه نخواهد بود. برای تبیین این موضوع، بحث خود را با یک مثال دنبال می‌کنیم:

یک اختیار خرید آمریکایی صادره بر روی سهامی که سود پرداخت نمی‌کند، با سررسید یک ماهه را در نظر بگیرید که در حال حاضر قیمت سهم ۵۰ دلار و قیمت توافقی ۴۰ دلار است. ملاحظه می‌شود که این اختیار خرید، میزان سودآوری زیادی دارد و به اصطلاح «عمیقاً با ارزش»^(۱) است و اعمال فوری آن برای سرمایه‌گذاری که دارنده این اختیار خرید است، مطلوب می‌باشد. لیکن اگر دارنده این اختیار تصمیم دارد که

۱) Deeply in the money

سهام را تا پایان مدت عمر قرارداد اختیار و یا بیش از یک ماه نگه دارد، این راهبرد برای وی مناسب نخواهد بود. بلکه به نفع اوست که اعمال اختیار را تا پایان مدت باقیمانده به تأخیر بیندازد تا بتواند از بهره متعلق به ۴۰ دلار در طول یک ماه بهره‌مند شود. از طرف دیگر، چون سودی به سهام مذکور تعلق نمی‌گیرد، پس اعمال زودتر از موعد اختیار، هیچ نفعی برای سرمایه‌گذار نخواهد داشت. همچنین احتمال بسیار کمی وجود دارد که در طول یک ماه، قیمت سهام به زیر ۴۰ دلار کاهش یابد. همین امر، مزیت و امتیازی برای دارنده اختیار خرید به حساب می‌آید که باعث می‌شود، سرمایه‌گذار تا سررسید اختیار خرید صبر کند و از عدم اعمال زودتر از موعد اختیار خرید منتفع شود.

بحث فوق نشان می‌دهد در صورتی که سرمایه‌گذار می‌خواهد سهام را تا پایان مدت زمان باقیمانده عمر اختیار معامله نگه دارد، به نفع اوست که اختیار را اعمال نکرده و تا زمان سررسید منتظر بماند.

سؤالی که در اینجا مطرح می‌شود، این است که اگر دارنده اختیار خرید بر این باور باشد که قیمت جاری سهام «زیاده از حد» قیمت‌گذاری شده است، آیا اعمال اختیار خرید قبل از سررسید و سپس فروش سهام به قیمت ۵۰ دلار به نفع اوست؟ در پاسخ باید گفت که در این حالت بهتر است دارنده اختیار خرید به جای اعمال قرص‌داد آن را بفروشد.^(۱) اختیار خرید مذکور، توسط شخصی که می‌خواهد سهام را نگهداری نماید، خریداری خواهد شد و قطعاً چنین خریداری در بازار یافت خواهد شد زیرا در غیر این صورت قیمت جاری سهام ۵۰ دلار نمی‌بود. با توجه به دلایل قبلی، قیمت این اختیار خرید، بیش از ارزش ذاتی آن یعنی ۱۰ دلار است.

نکات مطرح شده در بالا را می‌توانیم در حالت کلی‌تر بیان کنیم. با استفاده از رابطه

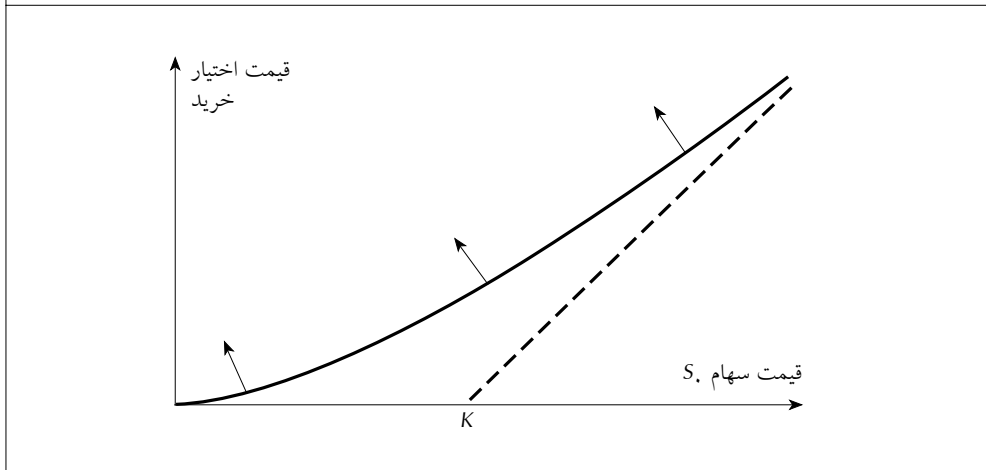
(۸-۱) داریم:

$$C_e \geq S_t - Ke^{-rT}$$

از آنجا که دارنده اختیار خرید آمریکایی، نسبت به دارنده اختیار خرید اروپایی از امتیازات

(۱) یک راهبرد دیگری که سرمایه‌گذار می‌تواند اتخاذ کند این است که اختیار خرید را نگه دارد و سهام را بفروشد تا به سود تضمینی بیشتر از ۱۰ دلار دست یابد.

شکل ۸-۳: تغییرات قیمت اختیار فروش اروپایی یا آمریکایی صادره بر سهامی که سود پرداخت نمی‌کنند، با توجه به تغییرات قیمت سهام (S_t)



اجرای اختیار در هر زمانی قبل از سررسید برخوردار می‌باشد؛ یعنی از انعطاف‌پذیری بیشتری برخوردار است؛ بنابراین قیمت اختیار خرید آمریکایی نمی‌تواند کمتر از قیمت اختیار خرید اروپایی باشد؛ به عبارت دیگر:

$$C_a \geq C_e$$

با استفاده از ترکیب دو رابطه اخیر، خواهیم داشت:

$$C_a \geq S_t - Ke^{-rT}$$

نظر به اینکه $r > 0$ ، بنابراین خواهیم داشت:

$$C_a > S_t - K$$

اگر اعمال زودتر از موعد (سررسید) اختیار خرید، برای معامله‌گر راهبرد بهینه می‌بود، این اختیار خرید بایستی قیمتی برابر $S_t - K$ می‌داشت. لذا به این استنتاج دست می‌یابیم که اگر سودی به سهمی تعلق نگیرد، اعمال زودتر از موعد اختیار معامله هیچگاه بهینه نخواهد بود.

نمودار (۸-۳) تغییرات قیمت اختیار خرید به موازات تغییر S_t و K را نشان می‌دهد. طبق نمودار فوق، قیمت اختیار خرید، همواره بالاتر از ارزش ذاتی آن $\max(S_t - K, 0)$ می‌باشد. به موازات افزایش r یا T یا نوسان‌پذیری قیمت سهام، خط مرتبط کننده قیمت

اختیار خرید با قیمت سهام در جهت فلش‌های نشان داده شده، جا به جا می‌شود و از ارزش ذاتی فاصله می‌گیرد.

خلاصه اینکه دست کم دو دلیل وجود دارد که اختیار خرید آمریکایی صادره بر روی سهامی که سود پرداخت نمی‌کند را نباید قبل از سررسید آن اعمال نمود؛ اولاً: اختیار خرید در واقع یک نوع «بیمه» برای معامله‌گر فراهم می‌سازد. معامله‌گری که به جای نگهداری سهام اقدام به خرید اختیار خرید آن سهام می‌کند، در حقیقت خود را در مقابل ریسک کاهش قیمت سهام به سطحی پایین‌تر از قیمت توافقی، بیمه کرده است. اما هرگاه معامله‌گری، اختیار خرید را اعمال می‌کند و سهام را به قیمت توافقی می‌خرد، این «بیمه» یا «مصونیت» دیگر وجود نخواهد داشت. دلیل دوم: به خصوصیت «ارزش زمانی» پول اشاره دارد؛ با این توضیح که از نظر دارنده اختیار خرید، هر چه زمان پرداخت قیمت توافقی به تعویق افتد، امکان استفاده بیشتر از بهره پول ایجاد می‌شود و در نتیجه سودآوری بیشتری ممکن می‌شود.

۶-۸) اعمال زودتر از موعد اختیار فروش صادر بر روی سهامی که سود نمی‌پردازند.

در این قسمت می‌خواهیم توضیح دهیم در مواردی که سودی به سهام تعلق نمی‌گیرد، اعمال زودتر از موعد اختیار فروش آمریکایی می‌تواند راهبرد بهینه‌ای باشد. به طور کلی در هر لحظه از طول عمر یک اختیار فروش آمریکایی، هرگاه این اختیار دارای سودآوری بالا باشد یا به اصطلاح «عمیقاً با ارزش» باشد، باید بلافاصله به اجرا گذاشته شود.

برای نشان دادن این نکته به مثال ذیل توجه کنید: فرض کنید یک اختیار فروش آمریکایی با قیمت توافقی ۱۰ دلار وجود دارد و قیمت سهام آن تقریباً صفر است. با اعمال فوری این اختیار معامله، دارنده اختیار مذکور می‌تواند مبلغ ۱۰ دلار سود ببرد. اما اگر سرمایه‌گذار مزبور، اعمال اختیار را به تعویق بیندازد، سود حاصل از اعمال اختیار معامله ممکن است ۱۰ دلار و یا کمتر از آن باشد ولی مطلقاً نمی‌تواند سود حاصل از اعمال اختیار افزایش یابد؛ زیرا که قیمت سهام نمی‌تواند منفی شود، ضمن آنکه دریافت ۱۰ دلار در حال حاضر، ارزش بیشتری نسبت به دریافت ۱۰ دلار در آینده دارد. از این

رو می‌توان گفت که در چنین شرایطی، باید اختیار فروش فوراً اعمال شود.

مشابه بحثی که در مورد اعمال زودتر از موعد اختیار خرید داشتیم، می‌توان گفت که اختیار فروش نیز در واقع همچون یک «بیمه» برای دارنده آن به شمار می‌رود. وقتی که شخصی در کنار سهام، اختیار فروش نیز داشته باشد، در واقع خود را در مقابل ریسک کاهش قیمت سهام تا سطح معینی بیمه کرده است. با این همه نباید این نکته را فراموش کرد که اختیار فروش و اختیار خرید از این جهت با هم متفاوتند که چه بسا برای دارنده اختیار فروش، راهبرد بهینه این باشد که از مزایای «بیمه» و «ایجاد مصونیت» مذکور چشم‌پوشی کند، تا در عوض بتواند با اعمال فوری اختیار فروش، بلافاصله از مزایای قیمت توافقی بهره‌مند شود. به طور کلی به موازات کاهش S_t و نوسان‌پذیری قیمت سهام و همچنین افزایش r ، اعمال زودتر از موعد اختیار فروش جذاب‌تر خواهد شد. با استفاده از رابطه (۸-۲) می‌توان نوشت که:

$$P_e \geq Ke^{-rT} - S_t.$$

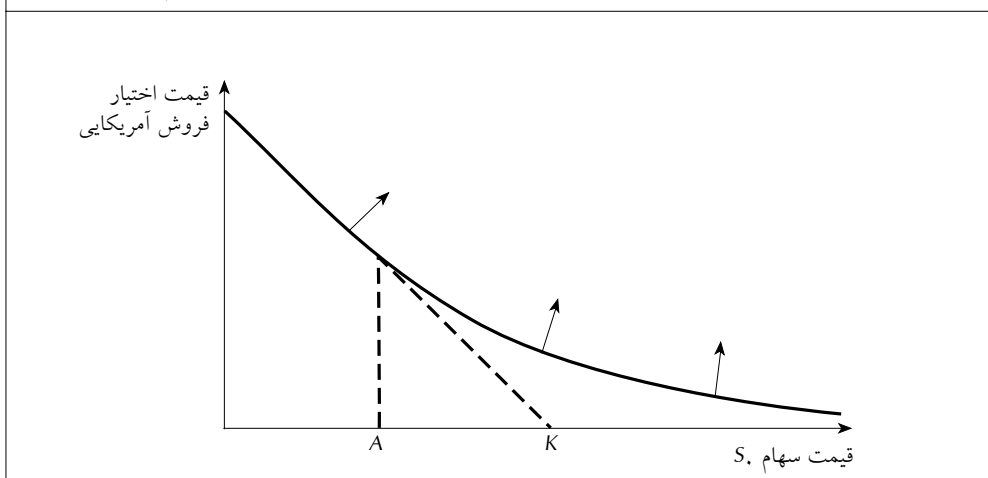
بدیهی است برای اختیار فروش آمریکایی، همواره شرط قوی‌تر زیر باید برقرار باشد، یعنی:

$$P_a \geq K - S_t.$$

زیرا اختیار فروش آمریکایی این امتیاز را دارد که هر زمان می‌توان آن را به اجرا گذاشت.

نمودار (۸-۴)، نحوه تغییرات قیمت یک اختیار فروش آمریکایی با توجه به S_t را نشان می‌دهد. نظر به اینکه $r > 0$ ، اعمال فوری اختیار فروش آمریکایی هنگامی که قیمت سهام به اندازه کافی پایین است، همواره راهبرد بهینه‌ای خواهد بود. همچنین زمانی که اعمال زودتر از موعد اختیار فروش بهینه است، ارزش اختیار فروش معادل $K - S_t$ می‌باشد. وقتی که قیمت سهام به اندازه کافی کم می‌شود، منحنی ارزش اختیار فروش، خط ارزش ذاتی اختیار را قطع می‌کند. در نمودار فوق، بر روی محور قیمت سهام، این نقطه تقاطع را A می‌نامیم. خطی که قیمت اختیار فروش را به قیمت سهام مرتبط می‌سازد، هنگامی که r کاهش می‌یابد و T و نوسان‌پذیری قیمت سهام افزایش می‌یابد در جهت فلش‌های نشان داده شده جابجا می‌شود.

شکل ۸-۴: تغییرات قیمت یک اختیار فروش آمریکایی با توجه به تغییرات قیمت سهام (S).



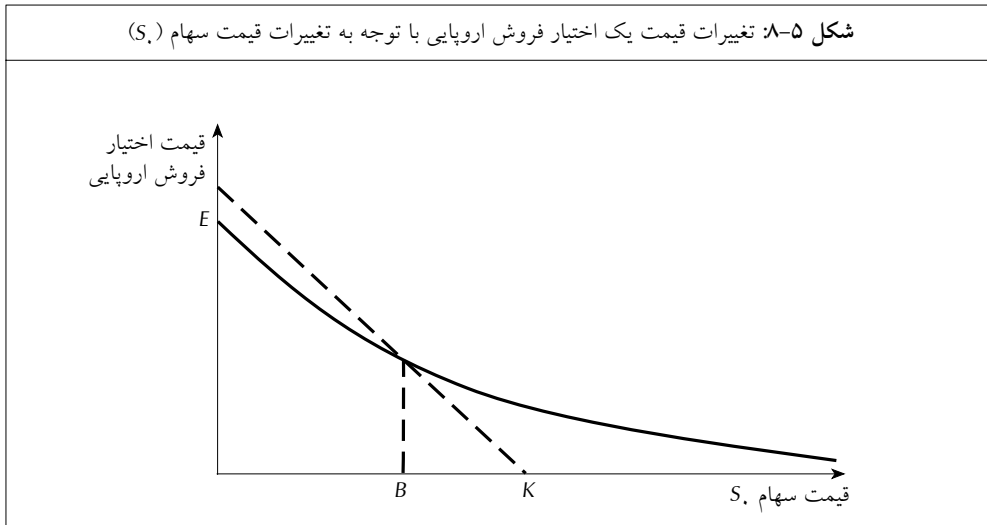
با توجه به اینکه در برخی شرایط اعمال زودتر از موعد سررسید اختیار فروش آمریکایی، راهبرد بهینه‌ای می‌باشد، از این رو می‌توان گفت که همواره اختیار فروش آمریکایی دارای ارزش بیشتری از اختیار فروش اروپایی نظیر آن است. وانگهی چون اختیار فروش آمریکایی اغلب دارای ارزشی بیش از ارزش ذاتی آن می‌باشد (شکل ۸-۴) را ملاحظه فرمایید) می‌توان گفت که اختیار فروش اروپایی اغلب می‌بایست دارای ارزش کمتری از ارزش ذاتی آن باشد. نمودار (۸-۵) تغییرات قیمت اختیار فروش اروپایی را در نتیجه تغییرات قیمت سهام نشان می‌دهد.

توجه داشته باشید که در نقطه B در نمودار (۸-۵) در جایی که قیمت اختیار فروش برابر با ارزش ذاتی آن است، باید قیمت سهام بیشتر از نقطه A در نمودار (۸-۴) باشد. نقطه E در نمودار (۸-۵) نشان‌گر قیمت سهام صفر ($S_t = 0$) و قیمت اختیار فروش اروپایی معادل Ke^{-rT} می‌باشد.

۸-۷) تأثیر سود

در سلسله مباحث خود راجع به قرارداد اختیار معامله در این فصل، فرض خود را بر این گذاشتیم که سهامی که اختیار معامله روی آن صادر شده است، سودی پرداخت نمی‌کند. در این قسمت می‌خواهیم تأثیر سود را مورد بررسی قرار دهیم. از آنجایی که در ایالات

شکل ۸-۵: تغییرات قیمت یک اختیار فروش اروپایی با توجه به تغییرات قیمت سهام (S).



متحدہ آمریکا، عموم اختیار معاملہ‌هایی کہ در بورس‌های سازمان یافته مبادله می‌شوند، دارای سررسید کمتر از هشت ماه می‌باشند، می‌توان فرض کرد کہ سود سهام پرداختی در طول عمر اختیار معاملہ را می‌توان با اطمینان پیش‌بینی کرد و این فرض دور از واقعیت نیست.

ما از حرف D برای نشان دادن ارزش فعلی سود سهام پرداختی در طول عمر اختیار معاملہ استفاده می‌کنیم. برای محاسبه D ، هر جا کہ از سود سهام صحبت می‌کنیم، منظورمان تحقق سود در تاریخ استحقاق سود قبلی سهام^(۱) کہ ناشی از پرداخت سود سهام است، می‌باشد.

کرانه پایین (قیمت کف اختیار خرید و اختیار فروش)

با توجه به مباحث گذشته و با استفاده از همان روش سابق، منتها با فرض تعلق سود می‌توانیم بدره‌های الف و ب را مجدداً تعریف کنیم:

بدره الف: شامل یک اختیار خرید اروپایی بعلاوه مبلغ $D + Ke^{-rT}$ دلار

بدره ب: شامل یک سهم

۱) Ex-Dividend date

با روشی مشابه آنچه که گذشت، می‌توان با استفاده از رابطه (۸-۱) و با احتساب D به رابطه زیر دست یافت:

$$C_e \geq S_e - D - Ke^{-rT} \quad \text{رابطه (۸-۵)}$$

همچنین می‌توانیم بدره‌های J و D را به شرح ذیل مجدداً تعریف کنیم:

بدره J : شامل یک اختیار فروش اروپایی بعلاوه یک سهم

بدره D : شامل مبلغ $D + Ke^{-rT}$

با روشی مشابه که به استنتاج رابطه (۸-۲) انجامید، می‌توان با احتساب D به رابطه ذیل دست یافت:

$$P_e \geq D + Ke^{-rT} - S_e \quad \text{رابطه (۸-۶)}$$

اعمال زودتر از موعد سررسید

هنگامی که انتظار داریم سود سهام پرداخت شود، در این حالت، نمی‌توان قاطعانه ادعا کرد که اختیار خرید آمریکایی قبل از سررسید اعمال نخواهد شد؛ زیرا چه بسا راهبرد بهینه، اعمال زودتر از موعد سررسید اختیار خرید آمریکایی قبل از «تاریخ استحقاق سود سهام قبلی» باشد.

برابری اختیار فروش و اختیار خرید

مقایسه ارزش اختیار معاملات در زمان سررسید، با تعریف مجددی که از بدره‌های الف و ج ارائه کردیم، نشان می‌دهد که با احتساب سود پرداختی سهام، رابطه برابری اختیار فروش و اختیار خرید در رابطه (۸-۳) به شرح ذیل خواهد بود:

$$C_e + D + Ke^{-rT} = P_e + S_e \quad \text{رابطه (۸-۷)}$$

همچنین رابطه (۸-۴) به صورت زیر تعدیل خواهد شد.

$$S_e - D - K \leq C_a - P_a \leq S_e - Ke^{-rT} \quad \text{رابطه (۸-۸)}$$

۸-۸ مطالعات تجربی

به نظر می‌رسد انجام پژوهش‌های تجربی برای آزمودن نتایج حاصل از این فصل، نسبتاً آسان باشد؛ یعنی به راحتی می‌توان یک سری اعداد و داده‌های متناسب را در فرمول‌ها جای‌گذاری نمود. ولی واقعیت آن است که ما در عمل با چندین مشکل روبرو هستیم:

۱. باید اطمینان حاصل شود که مشاهده قیمت‌های قراردادهای اختیار معامله و قیمت‌های سهام، دقیقاً مربوط به تاریخ زمانی یکسانی هستند؛ به عنوان مثال، سنجیدن فرصت‌های آربیتراژی با استفاده از قیمت آخرین معامله هر روز کاری، روش مناسبی نیست. این نکته در فصل ۷ در رابطه با داده‌های جدول (۷-۳) قابل مشاهده است.

۲. باید به دقت بررسی شود که آیا معامله‌گر می‌تواند از هر گونه فرصت آربیتراژی استفاده نماید. چنانچه فرصت‌های آربیتراژی، فقط به صورت زودگذر و آنی وجود داشته باشد، در عمل امکان بهره‌برداری از آنها وجود نخواهد داشت.

۳. برای تعیین امکان فرصت‌های آربیتراژی می‌بایست هزینه‌های معاملاتی را نیز در نظر گرفت.

۴. رابطه «برابری قیمت اختیار فروش - خرید» فقط در مورد قراردادهای اختیار معامله اروپایی صادق است؛ حال آنکه بیشتر قراردادهای اختیار معامله سهام که در بورس مبادله می‌شوند، از نوع آمریکایی هستند.

۵. باید سودها و عواید پرداختی در طول دوره عمر قرارداد اختیار معامله برآورد شود.

برخی تحقیقات تجربی که در این زمینه صورت گرفته است، در مقاله‌های (Bhattacharya)، گالای (Galai)، گلد و گالای (Gould & Galai)، کلمکاسکی و رسنیک (Klemkosky & Resnik) و استول (Stoll) توضیح داده شده است. مرجع کلیه مقالات در پایان کتاب موجود است. Galai & Bhattacharya بررسی کرده‌اند که آیا قیمت قراردادهای اختیار معامله، پایین‌تر از قیمت کرانه پایین تئوریک آنها، می‌تواند باشد یا نه؟ Galai, Gould, Stoll و دو مقاله Resnik و Klemkosky رابطه «برابری قیمت اختیار فروش - خرید» را مورد ارزیابی و سنجش قرار داده‌اند. ما به بررسی نتایج حاصل از تحقیقات (Bhattacharya and Klemkosky and Resnik) می‌پردازیم:

Bhattacharya این موضوع را مورد مطالعه قرار داده که آیا کرانه پایین تئوریک قیمت‌های اختیار معامله در عمل نیز کاربرد دارد یا نه؟ او به این منظور قیمت‌های معاملاتی قراردادهای اختیار معامله ۵۸ سهام را در یک دوره ۱۹۶ روزه بین

آگوست ۱۹۷۶ و ژوئن ۱۹۷۷ انتخاب کرد. آزمون اول وی این بود که آیا رابطه $C_a \geq \max(S, -K, 0)$ برای قراردادهای اختیار معامله برقرار است؟ بیش از ۸۶,۰۰۰ قرارداد اختیار معامله بررسی شد و حدود ۱/۳٪ از آنها با رابطه مزبور همخوانی نداشتند. در ۲۹٪ موارد، این ناهمخوانی با معامله بعدی از بین می‌رفت و نشان دهنده این بود که در عمل، معامله‌گران قادر به استفاده از مزایای آن نبودند. هنگامی که هزینه‌های معاملات را مدنظر قرار می‌دهیم، فرصت‌های سودآوری که به علت انحراف و ناهمخوانی از رابطه مزبور ایجاد شده بود، از بین می‌رفت. دومین آزمون وی بررسی این مطلب بود که آیا قراردادهای اختیار معامله پایین‌تر از کرانه پایین قیمت $S_t - D - Ke^{-rt}$ فروخته می‌شود؟ (بخش ۵-۸ را ملاحظه فرمایید) او به این نتیجه رسید که در ۷٪ مشاهدات در واقع قراردادهای اختیار معامله زیر قیمت کرانه پایین قیمت اختیار معامله فروخته شده است. اما با احتساب هزینه‌های معاملاتی، این قبیل معاملات چندان فرصت‌های سودآوری را افزایش نداده است.

Klemkosky & Resnik رابطه «برابری قیمت اختیار فروش - خرید» را با استفاده از قیمت‌های قرارداد اختیار معامله بین ژوئیه ۱۹۷۷ و ژوئن ۱۹۷۸ مورد سنجش قرار دادند. آنها از آزمون‌های مختلفی برای تعیین احتمال اعمال زودتر از موعد این اختیار معامله‌ها استفاده کردند و آن دسته از داده‌هایی را که احتمال می‌رفت اعمال زودتر از موعد قراردادهای اختیار در آن قیمت‌ها بهینه باشد، کنار گذاشتند. در واقع با این کار این محققان توانستند به طور منطقی و موجهی قراردادهای اختیار معامله آمریکایی را همچون قراردادهای اروپایی، مورد مطالعه قرار دهند. آنها ۵۴۰ موقعیت آربیتراژی مشابه جدول (۴-۸) مشخص کردند. با احتساب هزینه‌های معاملاتی، ۳۸ مورد از فرصت‌های آربیتراژی جدول (۴-۸)، -قیمت قرارداد اختیار خرید در رابطه با قیمت قرارداد فروش خیلی پایین بود- و ۱۴۷ مورد از فرصت‌های جدول (۵-۸)، -قیمت قرارداد اختیار خرید در مقایسه با قیمت قرارداد اختیار فروش خیلی بالا بود- هنوز سودآور بودند. فرض بر این بود که فرصت‌های موجود با ۵ یا ۱۵ دقیقه تأخیر بین مشخص شدن فرصت آربیتراژی و وارد عمل شدن معامله‌گران، تداوم می‌یابد. این دو فرد به این نتیجه رسیدند که فرصت‌های آربیتراژی برای برخی معامله‌گران، خصوصاً بازارسازان، در طول

دوره مطالعه وجود داشت.

۸-۹ خلاصه

شش عامل مهمی که قیمت قرارداد اختیار معامله را تحت تأثیر قرار می‌دهند، عبارتند از: قیمت فعلی سهام، قیمت توافقی، مدت زمان باقیمانده تا سررسید، نوسان‌پذیری قیمت سهام، نرخ بهره بدون ریسک و سود تقسیمی مورد انتظار در طول دوره عمر اختیار معامله.

به طور کلی ارزش یک قرارداد اختیار خرید با افزایش قیمت فعلی سهام، زمان باقیمانده تا سررسید، نوسان‌پذیری و نرخ بهره بدون ریسک افزایش می‌یابد و با افزایش قیمت توافقی و سود تقسیمی مورد انتظار کاهش می‌یابد. همچنین به طور کلی ارزش یک قرارداد اختیار فروش با افزایش قیمت توافقی، زمان باقیمانده تا سررسید، نوسان‌پذیری و سود تقسیمی مورد انتظار افزایش می‌یابد و با افزایش قیمت فعلی سهام و نرخ بهره بدون ریسک، کاهش می‌یابد.

ما می‌توانیم بدون در نظر گرفتن نوسان‌پذیری قیمت‌های سهام، ارزش قراردادهای اختیار معامله سهام را محاسبه کنیم. برای مثال قیمت یک قرارداد اختیار خرید صادره بر روی سهام، همواره دارای ارزش کمتری از قیمت خود سهام است. به همین ترتیب مشابه قیمت یک قرارداد اختیار فروش صادره بر روی سهام، همواره دارای ارزش کمتری نسبت به قیمت توافقی قرارداد اختیار معامله می‌باشد.

ارزش یک قرارداد اختیار خرید صادره بر سهامی که سود پرداخت نمی‌کنند، همواره باید از رابطه زیر تبعیت کند:

$$C > \max(S, -Ke^{-rT}, 0)$$

که در آن S قیمت سهام، K قیمت توافقی، r نرخ بهره بدون ریسک و T زمان باقیمانده تا سررسید است. ارزش یک قرارداد اختیار فروش صادره بر سهامی که سود پرداخت نمی‌کند نیز به صورت ذیل است:

$$\max(Ke^{-rT} - S, 0)$$

هنگامی که سودهای تقسیمی با ارزش فعلی D پرداخت می‌شود، کرانه پایین قیمت

قرارداد اختیار خرید عبارت است از:

$$\max(S, -D - Ke^{-rT}, 0)$$

و همچنین کرانه پایین قیمت یک قرارداد اختیار فروش، عبارت خواهد بود از:

$$\max(Ke^{-rT} + D - S, 0)$$

رابطه «برابری قیمت اختیار فروش-خرید» بین قیمت یک قرارداد اختیار خرید اروپایی صادره بر سهام، (C_e) و قیمت یک قرارداد اختیار فروش اروپایی صادره بر سهام، (P_e)، در صورتی که سهام موردنظر سود پرداخت نکند، به صورت زیر است:

$$C_e + Ke^{-rT} = P_e + S.$$

برای سهامی که سود پرداخت می‌کند، این رابطه به شرح ذیل می‌باشد:

$$C_e + D + Ke^{-rT} = P_e + S.$$

رابطه برابری قیمت اختیار فروش-خرید، صرفاً در مورد قراردادهای اختیار معامله اروپایی بکار می‌رود. با این حال می‌توان با استفاده از مبحث آربیتراژ کرانه‌های پایین و بالای قیمت‌های یک قرارداد اختیار خرید و یک قرارداد اختیار فروش از نوع آمریکایی را بدست آورد.

در فصل ۱۱، در نظر گرفتن یک فرض خاص در مورد توزیع احتمالات رفتار قیمت‌های سهام، از تحلیل‌های این فصل برای استخراج فرمول‌های دقیق محاسبه قیمت قراردادهای اختیار معامله اروپایی استفاده خواهیم نمود. در فصل ۱۷ در مورد روش‌های کمی برای قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله آمریکایی بحث خواهیم کرد.

سؤال

۱. شش عامل موثر بر قیمت‌های اختیار معاملات سهام را نام ببرید؟
۲. کرانه پایین قیمت اختیار خرید چهار ماهه صادره بر سهامی که سود پرداخت نمی‌کند، را با مفروضات ذیل محاسبه نمایید. قیمت سهام ۲۸ دلار، قیمت توافقی ۲۵ دلار و نرخ بهره بدون ریسک سالانه ۸٪.
۳. کرانه پایین قیمت اختیار فروش اروپایی یک ماهه صادره بر سهامی که سود پرداخت نمی‌کند، را با مفروضات ذیل محاسبه نمایید. قیمت سهام ۱۲ دلار، قیمت توافقی ۱۵ دلار و نرخ بهره بدون ریسک ۶٪ در سال.
۴. با ذکر دو دلیل توضیح دهید که اعمال زودتر از موعد اختیار خرید آمریکایی صادره بر سهامی که سود پرداخت نمی‌کند، بهینه نمی‌باشد. دلیل اول باید در مورد ارزش زمانی پول باشد و دلیل دوم باید برای حالتی که حتی نرخ بهره صفر است هم صحیح باشد.
۵. «اعمال زود هنگام اختیار فروش آمریکایی یک توازن بین ارزش زمانی پول و ارزش بیمه‌ای اختیار فروش است». این جمله را توضیح دهید.
۶. توضیح دهید چرا یک اختیار خرید آمریکایی صادره بر سهامی که سود پرداخت می‌کند، دارای ارزشی معادل حداقل ارزش ذاتی آن می‌باشد. آیا این مطلب در مورد اختیار خرید اروپایی هم صدق می‌کند؟ پاسخ خود را توضیح دهید.
۷. توضیح دهید چرا نمی‌توان از روش بسط رابطه برابری خرید - فروش اختیارات اروپایی به نتایج مشابه در مورد اختیارات آمریکایی دست یافت؟

